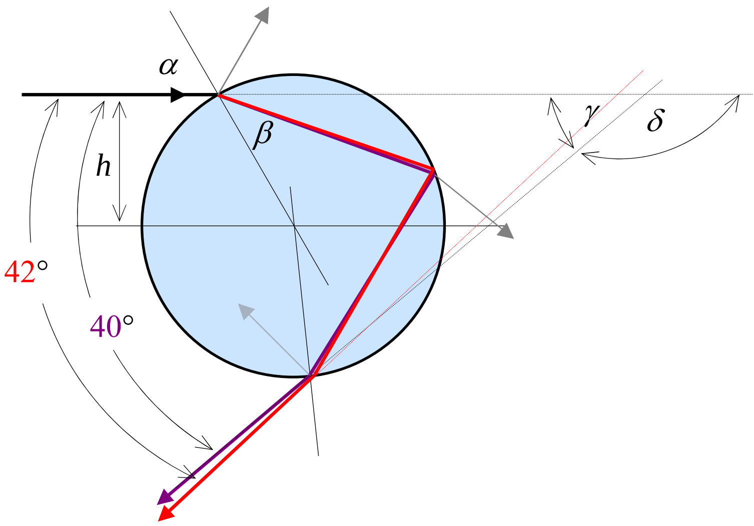
Duha

Obr. 1 Hlavní a vedlejší duha na obloze.



Obr. 2. Při formování hlavní duhy v kapce vody nastává dvakrát lom a jednou vnitřní odraz.

Dráha paprsku při vzniku ***hlavní (primární) duhy*** je znázorněna na obr. 2. Sluneční paprsek přichází zleva ve výšce h na vodorovnou osou procházející středem kapky (pro jednoduchost předpokládejme, že kapka má jednotkový poloměr, h tedy bude nabývat hodnot od 0 do 1), pod úhlem dopadu α, láme se na prvním rozhraní pod úhlem β, po dopadu na rozhraní se odráží a vystupuje z kapky pod úhlem α. Změna směru paprsku při každém lomu je $(\alpha-\beta)$ a při odrazu $(\pi-2\beta)$. Celková úhlová odchylka mezi paprskem dopadajícím na kapku a paprskem z ní vycházejícím (***deviace***) tedy bude pro hlavní duhu

$$\delta_h = 2(\alpha-\beta)+(\pi-2\beta) = \pi + 2\alpha - 4\beta$$

Již Descartes ukázal, že nejintenzivnější bude světlo vystupující z kapky pod úhlem minimální deviace pro každou vlnovou délku (minimální deviace se mění od $(180°-40,6°)$ pro fialovou až po $(180°-42,5°)$ pro červenou).

Minimální deviaci získáme z podmínky

$$\frac{d\delta_h}{d\alpha} = 2 - 4\frac{d\beta}{d\alpha} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{1}{2}$$

Derivováním zákona lomu $\sin\alpha = n\sin\beta$ dosazením z předchozího vztahu opětovným užitím zákona lomu

$$\cos\alpha = n\cos\beta\frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{1}{2}n\cos\beta = \frac{1}{2}n\sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{1}{2}n\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{2}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = \frac{1}{2}\sqrt{n^2-1+\cos^2\alpha}$$

Umocněním

$$4\cos^2\alpha = n^2 - 1 + \cos^2\alpha$$

získáme vztah

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{n^2-1}{3}}$$

který specifikuje, při jakém úhlu dopadu α nastává minimální deviace $\delta_{\min}$.

Pro velikost úhlu α plyne (pro kapku o jednotkovém poloměru!)

$$\sin\alpha = h$$

a odtud pro velikost úhlu α

$$\alpha = \arcsin h$$

a pro velikost úhlu β $\qquad \sin\beta = \frac{1}{n}\sin\alpha = \frac{h}{n}$

$$\beta = \arcsin\frac{h}{n}$$

Pro velikost doplňkového úhlu k deviaci potom dostáváme

$$\gamma_h = 180° - \delta_h = 4\beta - 2\alpha = 4\arcsin\frac{h}{n} - 2\arcsin h$$

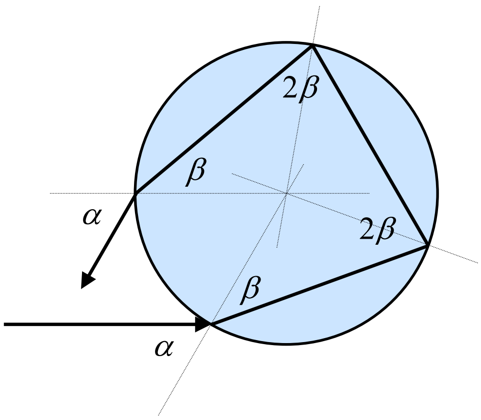
To je tzv. ***duhová funkce*** vyjadřující velikost úhlu γ_h na vzdálenosti dopadající paprsku *h* od osy kapky (obr. 5).

Při dvou odrazech v kapce nastává ***vedlejší duha*** (obr. 3), pro kterou bude deviace

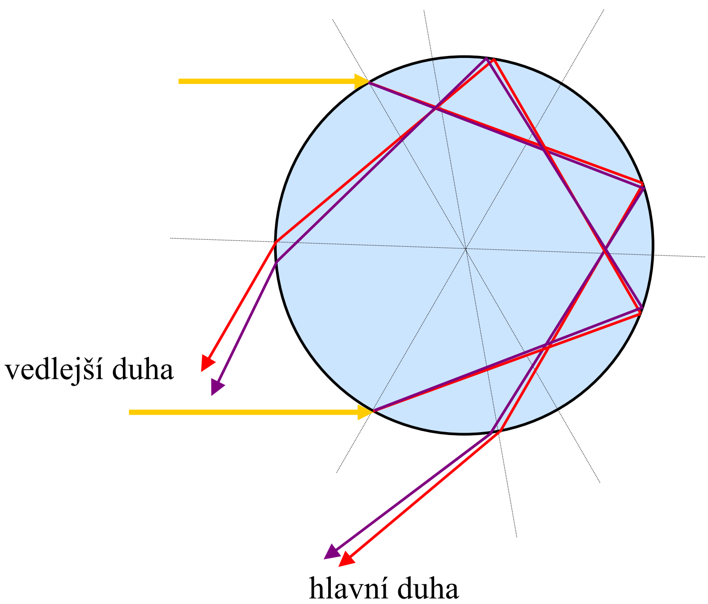
$$\delta_v = 2(\alpha - \beta) + 2(\pi - 2\beta) = 2\pi + 2\alpha - 6\beta = 2\alpha - 6\beta$$

a úhel γ_v

$$\gamma_v = \pi - \delta_v = \pi - 6\beta - 2\alpha = \pi - 6\arcsin\frac{h}{n} + 2\arcsin h$$

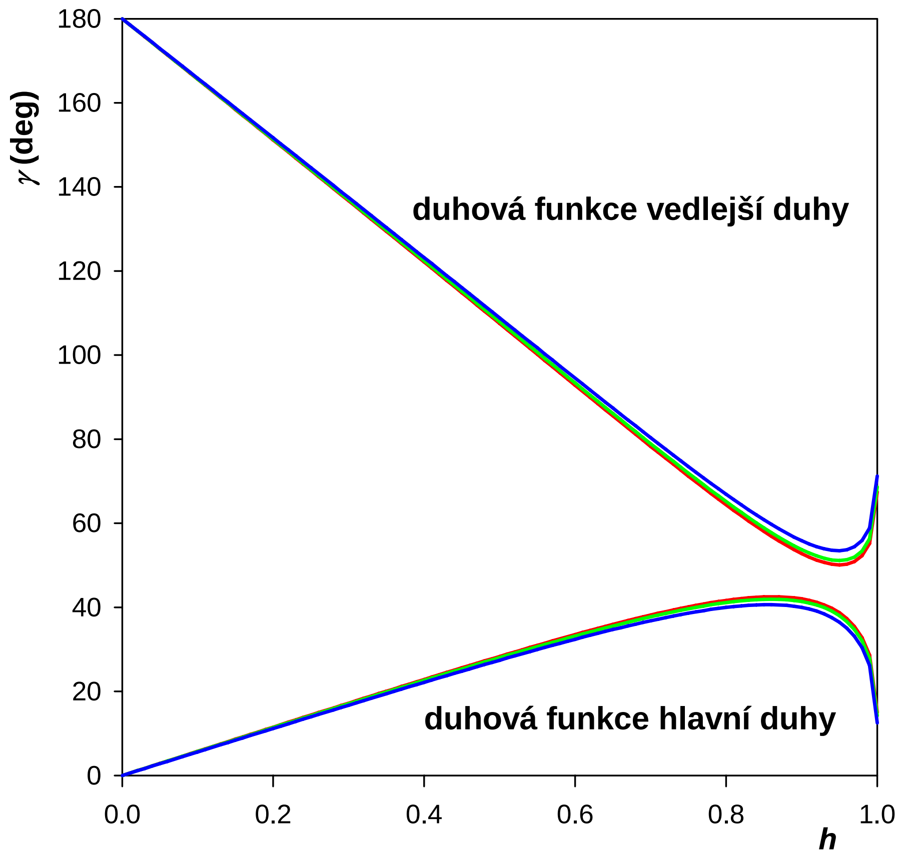


Obr. 3. Při formování vedlejší duhy v kapce vody nastává dvakrát lom a dvakrát vnitřní odraz.



Obr. 4. Formování hlavní a vedlejší duhy v kapce vody. Vedlejší duha leží nad duhou hlavní a má obrácené pořadí barev.

Duhová funkce (obr. 5) pro hlavní duhu nabývá pro červenou složku maxima 42,5°, pro zelenou složku 41,9° a pro fialovou složku 40,6°. Proto má hlavní duha nejvýše červený a nejníže fialový pás. Pro vedlejší duhu, která leží nad duhou hlavní, je pořadí barev obrácené, neboť duhová funkce nabývá minima 50,1° pro červenou, 51,2 pro zelenou a 53,5 pro fialovou složku. Povšimněte si, že úhlová šířka vedlejší duhy je přibližně dvojnásobkem úhlové šířky hlavní duhy $\left(\Delta\gamma_v \approx 4°,\ \Delta\gamma_h \approx 2°\right)$.



Obr. 5. Duhová funkce pro hlavní a vedlejší duhu.