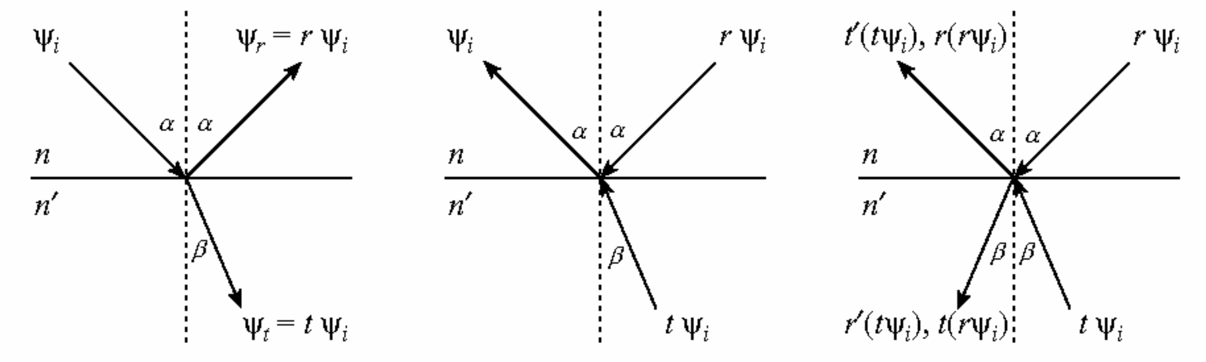
Dvojsvazková interference na tenké vrstvě

Předpokládejme, vlna o amplitudě ψ_i v prostředí o indexu lomu n dopadá na rovinné rozhraní dvou dielektrik tak, že amplituda odražené vlny bude ψ_r a amplituda vlny prošlé do prostředí o indexu lomu n' bude ψ_t (viz obr. DI-1).



Obr. DI-1. K principu reverzibility (obrácení chodu paprsků).

Můžeme definovat koeficienty (amplitudové) odrazivosti r a propustnosti t pro vlnu dopadající na rozhraní z prostředí n jako

$$r \equiv \frac{\psi_r}{\psi_i} \qquad t \equiv \frac{\psi_t}{\psi_i}$$

a analogicky koeficienty r' a t' pro vlnu dopadající na rozhraní z prostředí n'. Podle principu reversibility můžeme obrátit chod paprsků, abychom viděli, jak se šíří v opačném směru (viz prostřední část obr. DI-1), aniž se změní vztahy mezi amplitudami. Obecně ale víme, dvě vlny dopadající na rozhraní v prostředním diagramu se rozdělí vždy na odraženou a prošlou vlnu (viz diagram vpravo). Protože vztahy mezi amplitudami v prostředním a pravém diagramu musí být platné, je zřejmé, že

$$\psi_i = tt'\psi_i + r^2\psi_i \qquad \text{a} \qquad 0 = r't\psi_i + tr\psi_i$$

Odtud získáme tzv. ***Stokesovy vztahy*** mezi koeficienty odrazivosti a propustnosti světelné vlny na rozhraní dvou dielektrik

$$tt' = 1 - r^2 \qquad \text{a} \qquad r' = -r$$

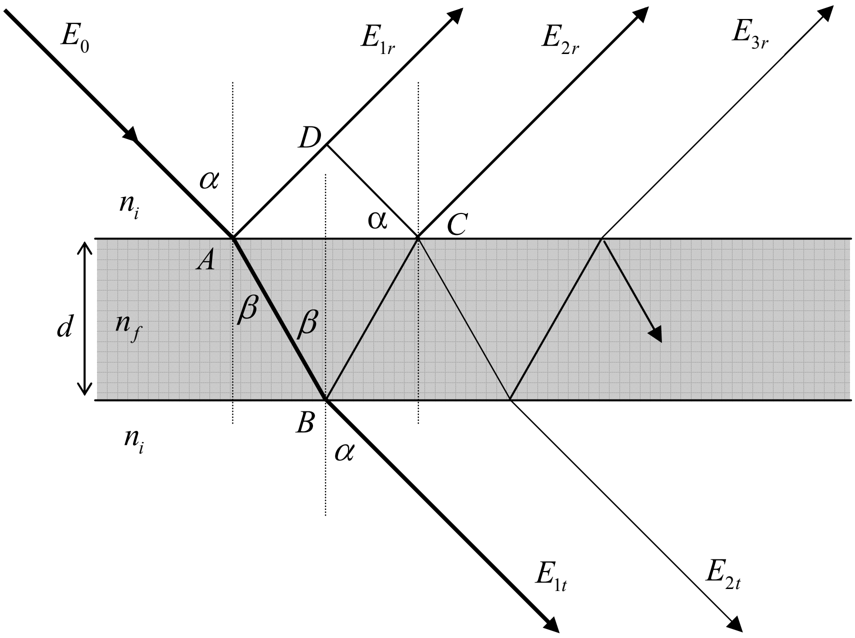
či přesněji $\quad t(\alpha)t'(\beta) = 1 - r^2(\alpha) \qquad$ a $\qquad r'(\beta) = -r(\alpha)$.

Jinými slovy, druhý ze Stokesových vztahů nám říká, že víme-li kolik světla se odráží na rozhraní při průchodu v jednom směru, stejné množství se odráží i při průchodu ve směru opačném.

Při kolmém dopadu bude

$$r = \frac{n - n'}{n + n'} \qquad \text{a} \qquad t = \frac{2n}{n + n'}$$

Zřejmě $r < 0$ pokud $n < n'$ (vnější odraz) a $r > 0$ pokud $n > n'$ (vnitřní odraz), což je ve shodě s Fresnelovými vztahy. Ke změně fáze o π dochází při vnějším odrazu ($n < n'$). Tento fakt je třeba mít na zřeteli při interferenci dvou (a více svazků) získaných rozdělením amplitudy. Předpokládejme, že světelná vlna dopadá na rozhraní dvou prostředí. Část vlny se na rozhraní odráží a část prochází do druhého prostředí. Obě vlny (odražená o prošlá) budou mít menší amplitudu než vlna dopadající. Můžeme říci, že amplituda dopadající vlny se rozdělila. Jestliže dvě takto oddělené vlny můžeme nějakým způsobem přivést do určitého místa prostoru, budeme pozorovat interferenci, pokud dráhový rozdíl mezi nimi bude menší než koherenční délka.



Obr. DI-2. K interferenci na planparalelní vrstvě.

Uvažujme planparalelní vrstvu tloušťky d o indexu lomu n_f v prostředí o indexu lomu n_i.

Paprsky E_{1r} a E_{2r} pocházejí ze stejné vlny, jsou tedy koherentní a mohou interferovat.

Výsledek interference závisí na fázovém rozdílu mezi nimi.

Rozdíl v optických drahách mezi E_{1r} a E_{2r} (stejně jako mezi E_{1t} a E_{2t}) bude

$$\Delta = n_f\left[\left(\overline{AB}\right)+\left(\overline{BC}\right)\right]-n_i\left(\overline{AD}\right)$$

ale
$$\left(\overline{AB}\right)=\left(\overline{BC}\right)=\frac{d}{\cos\beta}$$

$$\left(\overline{AD}\right)=\left(\overline{AC}\right)\sin\alpha=\left(\overline{AC}\right)\frac{n_f}{n_i}\sin\beta$$

a $\left(\overline{AC}\right) = 2d\,\mathrm{tg}\,\beta$

Tedy $\left(\overline{AD}\right) = 2d\dfrac{n_f}{n_i}\mathrm{tg}\,\beta \sin\beta = 2d\dfrac{n_f}{n_i}\dfrac{\sin^2\beta}{\cos\beta}$

a pro dráhový rozdíl Δ dostáváme

$$\Delta = \frac{2n_f d}{\cos\beta}\left(1-\sin^2\beta\right) = 2n_f d\cos\beta$$

Fázový posuv = k x dráhový rozdíl, k němu ale musíme vzít v úvahu změnu fáze vlny o π při vnějším odrazu. Při dvojsvazkové interferenci v odraženém světle nastávají vždy dva odrazy, jeden vnější a druhý vnitřní, vždy tedy vzniká fázový rozdíl $\pm\pi$ (znaménko fázového rozdílu však není důležité), tedy

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}2n_f d\cos\beta + \pi = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0}d\cos\beta + \pi$$

V odraženém světle budeme pozorovat interferenční maxima, bude-li splněna podmínka

$\delta = 2m\pi$ (fázový rozdíl je roven sudému násobku půlvln)

a tedy $\boxed{n_f d\cos\beta = \left(2m-1\right)\dfrac{\lambda_0}{4}}$ ***interferenční maxima***

nebo $d\cos\beta = \left(2m-1\right)\dfrac{\lambda_f}{4}$, kde $\lambda_f = \dfrac{\lambda_0}{n_f}$ je vlnová délka záření ve vrstvě

a $\boxed{n_f d\cos\beta = 2m\dfrac{\lambda_0}{4}}$ ***interferenční minima***

V prošlém světle (interference mezi paprsky E_{1t} a E_{2t}) pozorujeme jev ***doplňkový*** (neboť dráhový rozdíl je stejný, poněvadž ale dochází ke dvěma odrazům stejného druhu (uvnitř vrstvy), změna fáze při odrazu se neuplatní). Kontrast interferenčního jevu je vyšší při pozorování v odraženém světle, neboť interferující vlny E_{1r} a E_{2r} mají přibližně stejnou intenzitu, zatímco intenzita vln E_{1t} a E_{2t} je velmi rozdílná (25:1 pro vrstvu ze skla).

Interference více svazků se neuplatní, protože při nepříliš velkém úhlu dopadu intenzita s každým dalším odrazem výrazně klesá. Vícesvazková interference se uplatňuje až při velkých úhlech dopadu, kdy vzrůstá odrazivost, a nebo na rozhraní opatřeném silně odrážející vrstvou kovu.

Pokud jde o podmínky pozorování dvojsvazkové interference na vrstvě, ke změně dráhového rozdílu může dojít buď díky nestejné tloušťce vrstvy ($\Rightarrow$ ***proužky stejné tloušťky*** (Fizeauovy)) nebo změnou úhlu dopadu ($\Rightarrow$ ***proužky stejného sklonu*** (Haidingerovy)).

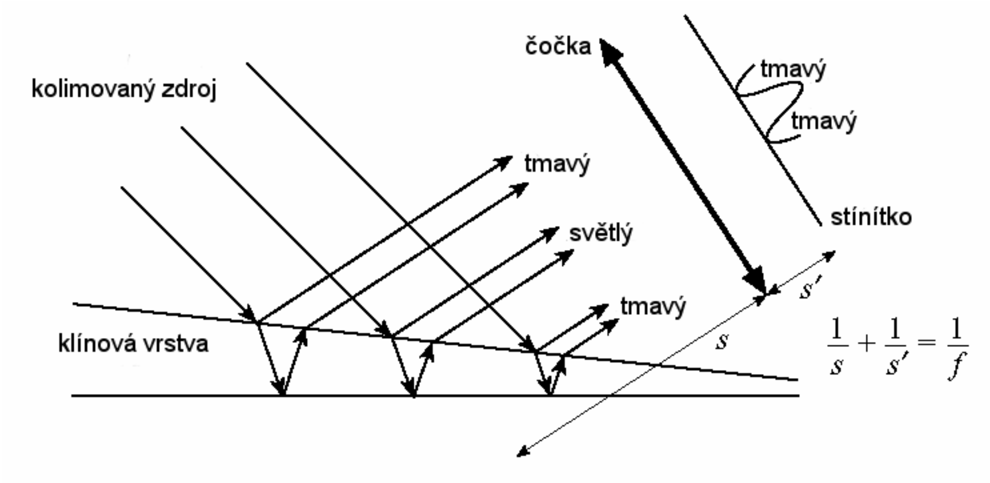
Pro klínovou vrstvu s malým úhlem ϕ lze tloušťku vrstvy ve vzdálenosti x vyjádřit jako

$$d = x\phi$$

a pro malé úhly dopadu ($\Rightarrow$ $\cos\beta \approx 1$) lze podmínku pro interferenční maxima vyjádřit jako

$$n_f d_m = (2m-1)\frac{\lambda_0}{4} \qquad \Rightarrow \qquad d_m = (2m-1)\frac{\lambda_0}{4n_f} = (2m-1)\frac{\lambda_f}{4}$$

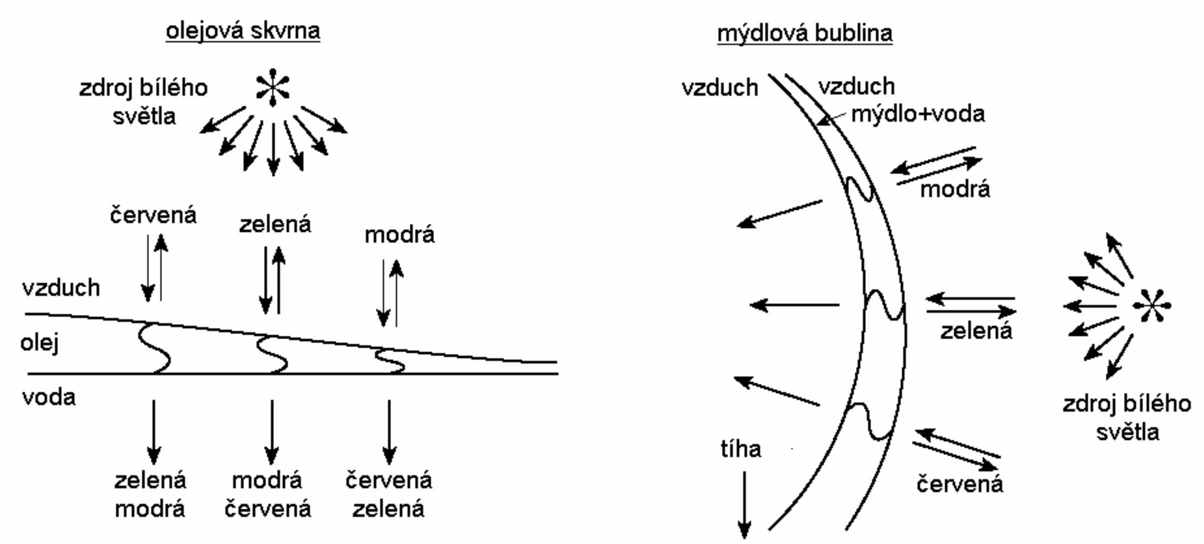
Rozdíl v tloušťce vrstvy pro dvě sousední interferenční maxima tedy bude roven $\frac{\lambda_f}{2}$. Protože světlo odražené od spodního povrchu prochází vrstvou dvakrát, dvě sousední maxima se liší v dráze právě o λ_f.



Obr. DI-3. Proužky stejné tloušťky na klínové vrstvě.

Vzdálenost dvou sousedních maxim lze vyjádřit jako

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda_0}{2n_f\phi} = \frac{\lambda_f}{2\phi}$$



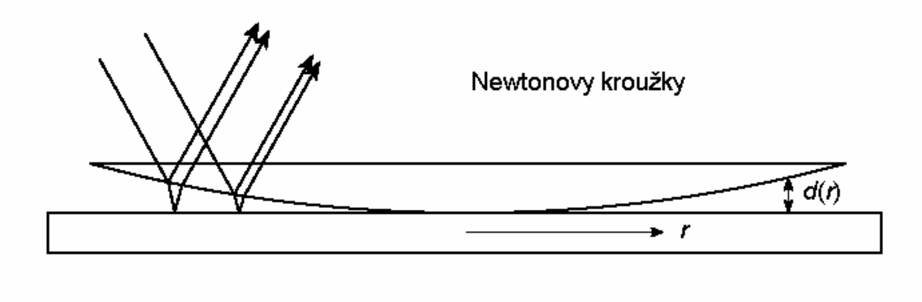
Obr. DI-4. Interferenční jevy na olejových skvrnách na vodní hladině a na mýdlové bublině.

Protože Δx závisí na vlnové délce, budeme v bílém světle pozorovat barevné efekty.

Proužky stejné tloušťky jsou lokalizovány ve vrstvě.

Příklady: mýdlová bublina, olejové skvrny na vodní hladině (obr. DI-4).

Příkladem proužků stejné tloušťky jsou i tzv. Newtonovy kroužky (obr. DI-5).



Obr. DI-5. Uspořádání pro pozorování Newtonových kroužků v odraženém světle.

Označíme-li R poloměr křivosti konvexní čočky, bude vztah mezi poloměrem r a tloušťkou vrstvy mezi čočkou a deskou d dán

$$r^2 = R^2 - \left(R - d\right)^2 = 2Rd - d^2$$

Protože $R >> d$, dostáváme $r^2 \approx 2Rd$

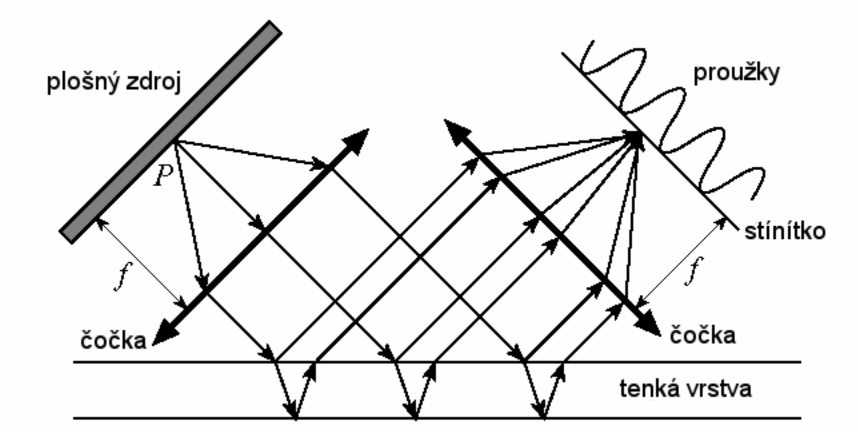
Vznik m-tého minima je potom dán podmínkou (při téměř kolmém dopadu)

$$n_f d_m = 2m\frac{\lambda_0}{4}$$

a odtud $r_m = \sqrt{m\dfrac{\lambda_0}{n_f}R} = \sqrt{m\lambda_f R}$

V odraženém světle bude střední kroužek tmavý. V prošlém světle pozorujeme doplňkový jev, avšak s nižším kontrastem. Při výrobě sférických čoček mohou být Newtonovy kroužky využity pro testování odchylek od ideálního sférického povrchu.

Úhel β respektive α je dán bodem pozorování $P \Rightarrow$ ***proužky stejného sklonu*** (Haidingerovy)



Obr. DI-6. Proužky stejného sklonu (Haidingerovy).

Ve směru $2n_f d \cos\beta = m\lambda_0$ pozorujeme interferenční minimum. Paprsky tvoří kužel

$\Rightarrow$ pozorujeme tmavý kroužek

m bývá velmi velké (pro tlusté vrstvy) $\Rightarrow$ i velmi malé změně úhlu dopadu odpovídá velká změna dráhového rozdílu a interferenční obrazec je možné pozorovat jen v téměř rovnoběžných svazcích.

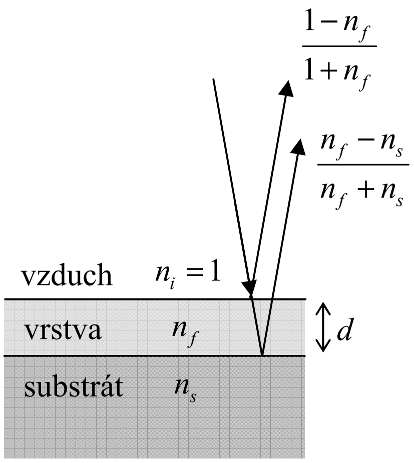
Jisté intenzitě odpovídá jistý sklon rovnoběžných paprsků, proto proužky stejného sklonu.

Interferenční obrazec je lokalizován v nekonečnu.

Antireflexní vrstvy

snižují odrazivost povrchu a tedy ztráty odrazem při průchodu světla rozhraním

při kolmém dopadu na rozhraní $r = \dfrac{n_a - n_b}{n_a + n_b}$, kde $a, b = i, f,$ nebo s



$\boxed{n_i < n_f < n_s}$

Odraz nastává vždy na opticky hustším prostředí $\Rightarrow$ změna fáze o π při obou odrazech

z podmínky rovnosti amplitud $$\frac{n_f - n_s}{n_f + n_s} = \frac{1 - n_f}{1 + n_f}$$

dostáváme $n_f^2 = n_s$ tedy $n_f = \sqrt{n_s}$

Bude-li substrátem sklo ($n_s = 1{,}5$), potom $n_f = \sqrt{1{,}5} \cong 1{,}22$

Při tloušťce vrstvy $d = \dfrac{\lambda}{4}$ nastane destruktivní interference a tedy nulová intenzita v odrazu !

Obvykle se využívá kryolit (Na_3AlF_6) s indexem lomu 1,35 a nebo fluorid hořečnatý (MgF_2) s indexem lomu 1,38. V praxi se zpravidla volí vlnová délka ze žlutozelené oblasti spektra (střed viditelné oblasti).

Jedna vrstva $\Rightarrow$ redukce R z 0,04 na 0,015, při použití více vrstev až na 0,0025. R vždy bude slabě záviset na λ.