Fotometrie a radiometrie

Důležitou částí kvantitativního popisu optického záření je určování jeho mohutnosti – energetických charakteristik. Samotné vektory pole $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$ nejsou přímo měřitelné, a proto nejsou vhodné. Určováním energetických a výkonových vlastností optického záření se zabývá fotometrie respektive radiometrie. Radiometrie se zabývá zářením jako formou energie a používá objektivní veličiny. Fotometrie se omezuje pouze na záření vyvolávající v oku zrakový vjem, tedy na spektrální obor viditelného záření (cca 400-750 nm), a vztahuje se ke spektrální citlivosti lidského oka. Každé fotometrické veličině odpovídá radiometrická veličina (viz tab. 1). Přitom jejich vztah závisí na spektrálním složení světla a ne na použitých jednotkách.

Radiometrické veličiny		**Fotometrické veličiny**	
název	**jednotka**	**název**	**jednotka**
zářivý tok Φ_e	W	světelný tok Φ	lumen (lm)
zářivost I_e	W.sr^{-1}	svítivost I	kandela (cd)
zář, plošná zářivost (jas) L_e	W.m^{-2}.sr^{-1}	jas L	cd.m^{-2}
intenzita vyzařování M_e	W.m^{-2}	světlení (intenzita světlení)	lm.m^{-2}
intenzita ozáření E_e	W.m^{-2}	osvětlení (intenzita osvětlení)	lux (lx)
expozice (dávka ozáření)	W.s.m^{-2}	expozice (osvit)	lx.s

Tab. 1. Radiometrické a fotometrické veličiny a jednotky.

Radiometrické veličiny (viz tab. 2)

– základem je ***zářivá energie*** Q_e (J). Už jsme vlastně používali objemovou hustotu zářivé energie

$$u=\frac{dQ_e}{dV} \qquad \left(\text{časová střední hodnota } \langle u\rangle=\frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2\right) \tag{1}$$

– ***zářivý tok*** (výkon) Φ_e (W)

$$\Phi_e=\frac{dQ_e}{dt} \tag{2}$$

– ***plošná hustota zářivého toku*** (intenzita) φ_e (Wm^{-2})

$$\varphi_e=\frac{d\Phi_e}{dS_n} \tag{3}$$

$$\left(\text{časová střední hodnota velikosti Poyintingova vektoru } \langle S\rangle=\frac{c\varepsilon_0}{2}E_0^2\right)$$

Další radiometrické veličiny se vztahují ke zdrojům záření nebo ozařovaným předmětům.

Zářivost bodového zdroje $I_e = \dfrac{d\Phi_e}{d\Omega}$ (4)

kde $d\Omega$ je element prostorového úhlu. Prostorový úhel Ω je číselně určen plochou, kterou vytíná kužel omezující prostorový úhel z kulové plochy opsané z vrcholu kužele jednotkovým poloměrem. Jednotkou je steradián (sr) (1 sr je prostorový úhel, jemuž příslušející kužel vytíná z koule jednotkového poloměru plochu vrchlíku jednotkové velikosti). Povrch koule = $4\pi r^2 \Rightarrow$ plný prostorový úhel je roven 4π.

Intenzita ozáření $E_e = \dfrac{d\Phi_e}{dA}$ (5)

podíl zářivého toku a obsahu plošky, na kterou tento tok dopadá. Pokud je ploška kolmá k ose kužele, potom

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} \qquad \text{kde } r \text{ je vzdálenost plošky od zdroje.} \tag{6}$$

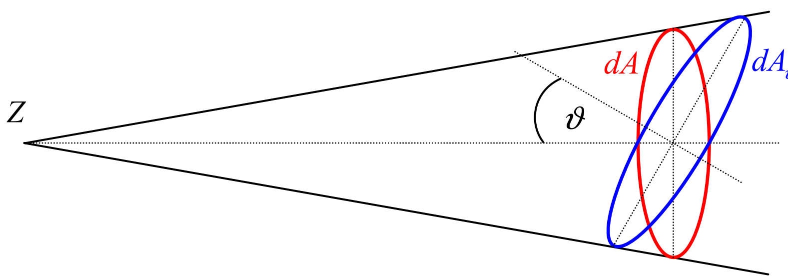
V případě šikmého dopadu pod úhlem ϑ bude (viz obr. 1)

$$dA_\vartheta = \frac{dA}{\cos\vartheta} = \frac{r^2 d\Omega}{\cos\vartheta} \tag{7}$$

takže v místě plošky dA_ϑ bude intenzita ozáření

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dA_\vartheta} = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}\frac{\cos\vartheta}{r^2} = \frac{I_e}{r^2}\cos\vartheta \tag{8}$$

Intenzita ozáření E_e (ve fotometrii osvětlení) plochy bodovým zdrojem roste přímo úměrně se zářivostí I_e (svítivostí) zdroje v příslušném směru a klesá se čtvercem vzdálenosti r od zdroje a s kosinem úhlu dopadu ϑ.



Obr. 1. K definici intenzity ozáření plošky bodovým zdrojem.

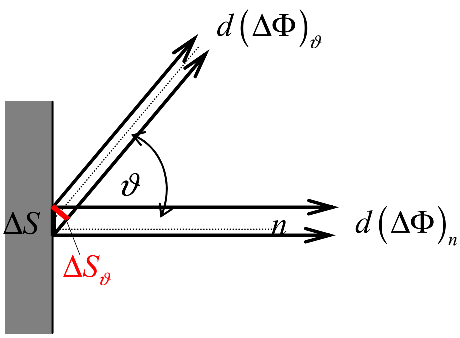
Zářivost plošného zdroje

Nejsou-li rozměry zdroje zanedbatelné proti vzdálenosti, v níž pozorujeme jeho světelné účinky, musíme na těleso hledět jako na plošný zdroj. Zvolíme-li na povrchu takového zdroje plošku ΔS, která je velmi malá, můžeme ji považovat za zářící bod a definovat její zářivost stejně jako u bodového zdroje. Z celkového toku $\Delta\Phi$, který ploška vysílá do celého poloprostoru, připadá na elementární prostorový úhel $d\Omega$ část $d(\Delta\Phi)_\vartheta$. Zářivost plošky ve směru určeném úhlem ϑ udává potom podíl

$$\Delta I_e = \frac{d(\Delta\Phi)_\vartheta}{d\Omega} \tag{9}$$

Je-li ploška ΔS elementární, má ovšem i její zářivost ve všech směrech elementární velikost. Zářivost plochy konečné velikost ve zvoleném směru je pak součtem zářivostí jednotlivých elementárních plošek, na které jsme plochu rozdělili.

Prostorový úhel $d\Omega$, jímž určujeme zářivost plošky, je nekonečně malý. Proto světelný tok $d(\Delta\Phi)_\vartheta$, který zářící bod nahrazující plošku ΔS vysílá ve zvoleném směru do prostorového úhlu $d\Omega$, je zřejmě shodný se zářivým tokem šířícím se z plošky ΔS v paprscích, které jsou všechny rovnoběžné s daným směrem (obr. 2). Tento svazek rovnoběžných paprsků je tím užší, čím větší je odklon ϑ od kolmice k plošce ΔS a tím menší je zřejmě také zářivý tok $d(\Delta\Phi)_\vartheta$, který se z plošky ΔS v daném směru šíří. Předpokládáme ovšem, že celkový zářivý tok $\Delta\Phi_e$ vysílaný ploškou ΔS do poloprostoru je do všech směrů rozložen rovnoměrně.



Obr. 2. K jasu plošného zdroje.

Zářivý tok $d(\Delta\Phi)_\vartheta$ je tedy úměrný příčnému průřezu ΔS_ϑ světelného svazku, jehož plášť tvoří paprsky rovnoběžné se zvoleným směrem. Plocha ΔS_ϑ je rovna průmětu plošky ΔS do roviny kolmé k vyšetřovanému směru záření

$$\Delta S_\vartheta = \Delta S \cos\vartheta \tag{10}$$

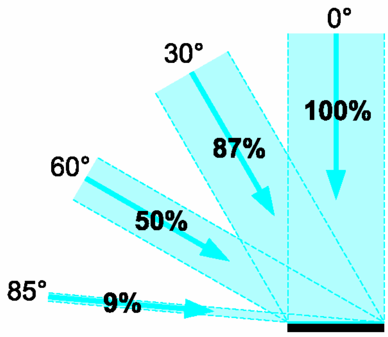
a udává zdánlivou velikost svítící plošky ΔS. Potom zářivý tok $d\left(\Delta\Phi\right)_\vartheta$ ve směru odchýleném od normály n svítící plošky ΔS o úhel ϑ je určen vztahem

$$d\left(\Delta\Phi\right)_\vartheta = d\left(\Delta\Phi\right)_n \cos\vartheta \qquad (11)$$

kde $d\left(\Delta\Phi\right)_n$ je zářivý tok vysílaný ploškou ΔS v kolmém směru. Vydělíme-li tuto rovnici prostorovým úhlem $d\Omega$, představujíc si opět plošku jako zářící bod, dostaneme vztah mezi zářivostí ΔI_ϑ ve směru odchýleném od kolmice o úhel ϑ a zářivostí ve směru kolmém k ploše

$$\Delta I_\vartheta = \Delta I_n \cos\vartheta \qquad (12)$$

To je tzv. Lambertův zákon, podle kterého zářivost izotropního rovinného plošného zdroje v každém jeho bodě klesá s kosinem odklonu od kolmice k ploše zdroje. Zdroje zářící podle Lambertova zákona se nazývají kosinové.



Obr. 3. Lambertův kosinový zákon.

Podílem zářivosti ΔI_ϑ plošky ve zvoleném směru a zdánlivé velikosti ΔS_ϑ plošku je určena ***plošná zářivost*** (*zář*) L_ϑ plošného zdroje v daném místě a směru.

$$L_\vartheta = \frac{\Delta I_\vartheta}{\Delta S_\vartheta} = \frac{\Delta I_n}{\Delta S} = L_n \qquad (13)$$

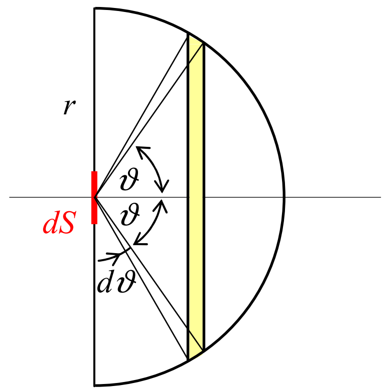
Plošná zářivost tedy nezávisí na sklonu ϑ její normály od směru, ve kterém plošku pozorujeme. Plošná zářivost jako měrná veličina nezávisí na rozměrech předmětu ani na jeho vzdálenosti od oka, protože je přímo úměrná zářivosti, jež se se vzdáleností nemění. Poslední radiometrickou veličinou, kterou zbývá definovat je ***intenzita vyzařování*** M_e Ve zvoleném místě povrchu zářícího tělesa je určena podílem zářivého toku $d\Phi_e$, který malá ploška dS kolem zvoleného místa vysílá do celého poloprostoru, a této plošky

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dS} \qquad (14)$$

Pro kosinový zářič můžeme odvodit vztah mezi intenzitou vyzařování a plošnou zářivostí. Zvolme si za prvek prostorového úhlu $d\Omega$ úhel omezený dvěma kužely o vrcholových úhlech 2ϑ a $2\vartheta + 2d\vartheta$ (obr. 4). Tyto kužely vytínají na povrchu koule poloměru r opsané ze středu vyšetřované plošky plochu $2\pi r \sin\vartheta . r d\vartheta$, takže elementární prostorový úhel

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{2\pi r^2 \sin\vartheta . d\vartheta}{r^2} = 2\pi \sin\vartheta . d\vartheta \tag{15}$$

Z celkového zářivého toku $\Delta\Phi$, který ploška vysílá do celého poloprostoru, připadá na prostorový úhel $d\Omega$ tok



Obr. 4. K výpočtu intenzity vyzařování plošného zdroje.

$$d\left(\Delta\Phi\right)_\vartheta = \Delta I_\vartheta d\Omega = L_\vartheta \Delta S \cos\vartheta \; d\Omega = 2\pi L_\vartheta \Delta S \sin\vartheta \cos\vartheta \; d\vartheta \tag{16}$$

$$\Delta\Phi_e = 2\pi L \Delta S \int_0^{\pi/2} \sin\vartheta \cos\vartheta \; d\vartheta = \pi L \Delta S = \pi \Delta I_n \tag{17}$$

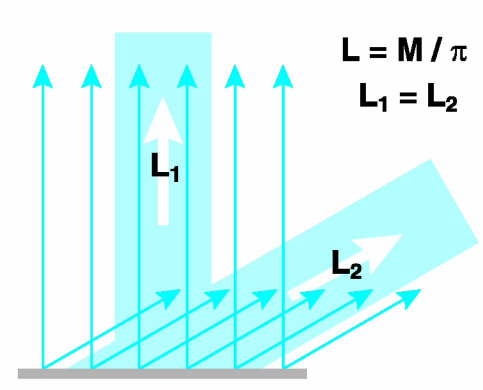
neboť pro kosinový zářič můžeme plošnou zářivost považovat za konstantní $L_\vartheta = L$.

Tedy pro intenzitu vyzařování kosinového zářiče dostáváme vztah

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dS} = \pi \frac{\Delta I_n}{\Delta S} = \pi L \tag{18}$$

čili intenzita vyzařování kosinového zářiče je π-krát větší než jeho plošná zářivost. Zářivý tok, který ploška vysílá do celého poloprostoru po jedné straně zářícího povrchu, je rovněž π-krát větší než její zářivost ve směru kolmém k povrchu.

Výše uvedené vztahy mezi radiometrickými veličinami platí i mezi odpovídajícími veličinami fotometrickými a slouží k definování vztahů mezi fotometrickými veličinami.



Obr. 5. Kosinový zářič (Lambertovský povrch).

V případě nemonochromatické vlny bude

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega \tag{19}$$

kde $\mathcal{E}_{-\omega} = \mathcal{E}_{\omega}^{*}$, protože funkce $E(t)$ je reálná.

Potom

$$\int_{-\infty}^{\infty} E^2(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_{\omega} e^{-i\omega t} d\omega \right] dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_{\omega} \left[\int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt \right] d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_{\omega} \mathcal{E}_{-\omega} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{E}_{\omega}|^2\, d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} |\mathcal{E}_{\omega}|^2\, d\omega \tag{20}$$

Tedy celkovou hustotu toku energie nemonochromatické vlny můžeme vyjádřit jako integrál ***spektrální (monochromatické) plošné hustoty toku energie*** $I_{\omega}(\omega)$

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left\langle |E(t)|^2 \right\rangle = \int_0^{\infty} I_{\omega}(\omega)\, d\omega \ . \tag{21}$$

Za monochromatické záření potom považujeme takové záření, které při řešení daného problému stačí popsat jedinou frekvencí. Pokud tomu tak není, hovoříme o záření polychromatickém a charakterizujeme ho spektrální hustotou $I_{\omega}(\omega)$, $I_{\nu}(\nu)$ nebo $I_{\lambda}(\lambda)$.

$$I = \int_0^{\infty} I_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda \tag{22}$$

kde
$$I_{\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} I_{\nu} \tag{23}$$

Analogicky lze zavést spektrální hustoty i pro ostatní radiometrické a fotometrické veličiny.

Obor vlnových délek záření, které budí v oku zrakový vjem (***obor viditelného záření***), sahá přibližně od 400 do 750 nm. Avšak oko není pro celý obor viditelného záření stejně citlivé. Nejméně je citlivé na vlnové délky ležící na okrajích oboru viditelného záření, citlivější je na vlnové délky, jež jsou přibližně uprostřed tohoto oboru, a nejcitlivější je na žlutozelené světlo vlnové délky 555 nm.

Poměrnou spektrální světelnou účinnost definujeme jako poměr

$$V_\lambda = V(\lambda) \equiv \frac{\Phi_{e\lambda_{\max}}}{\Phi_{e\lambda}} \leq 1 \qquad (24)$$

vyjadřující citlivost oka na světlo vlnové délky λ ve srovnání s maximální citlivostí na světlo vlnové délky $\lambda_{\max} = 555$ nm (kde $\Phi_{e\lambda}$ a $\Phi_{e\lambda_{\max}}$ jsou ***spektrální hustoty zářivého toku*** na vlnových délkách λ respektive $\lambda_{\max}$) – viz obr.6 křivka (1).

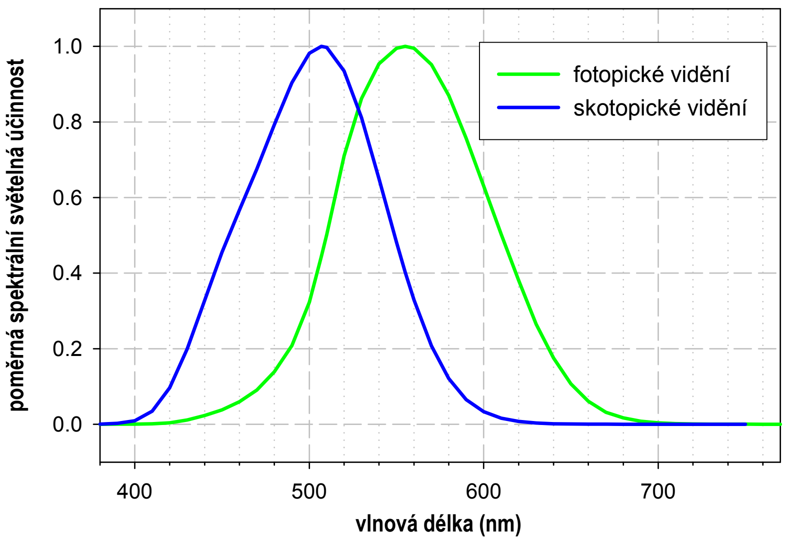
Zářivý tok Φ, charakterizující zhodnocení výkonu přenášeného zářením normálním lidským okem vzhledem k rozdílné citlivosti na různé barvy, nazýváme ***světelným tokem***.

$$\Phi = K\Phi_e \qquad (25)$$

kde K je tzv. ***světelná účinnost záření***. Jednotkou světelného toku je lumen (lm).

Zavedeme-li spektrální hustotu světelného toku Φ_λ (jako podíl světelného toku v infinitezimálním intervalu vlnových délek a rozsahu tohoto intervalu), potom

$$\Phi = \int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda \quad . \qquad (26)$$



Obr. 6. Poměrná spektrální světelná účinnost při fotopickém (denním) a skotopickém (soumrakovém) vidění.

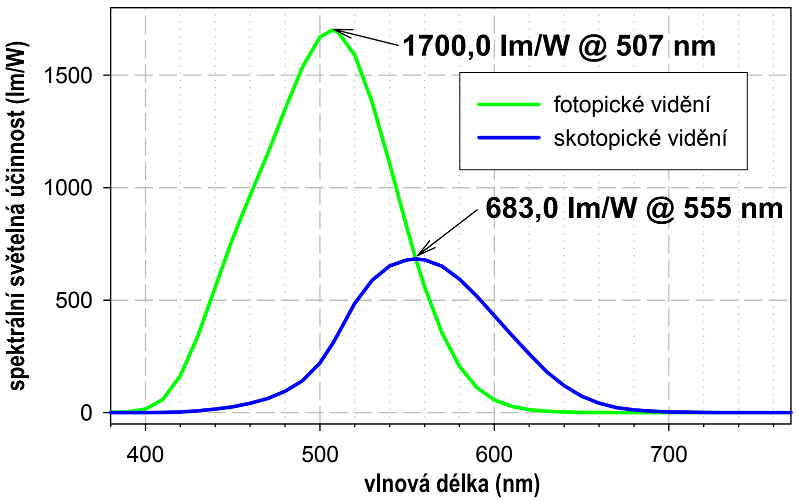
Jelikož lidské oko reaguje na optické záření různých vlnových délek různě, definuje se ***spektrální světelná účinnost záření*** jako poměr spektrální hustoty světelného toku v infinitezimálním intervalu vlnových délek a spektrální hustoty zářivého toku v infinitezimálním intervalu vlnových délek

$$K(\lambda) \equiv \frac{\Phi_\lambda}{\Phi_{e\lambda}} \ . \qquad (27)$$

Největší spektrální světelná účinnost K_m je 683 lm/W pro monochromatické světelné záření o vlnové délce 555 nm. Potom pro poměrnou spektrální světelnou účinnost (24) plyne z (27)

$$K(\lambda) \equiv \frac{\Phi_\lambda}{\Phi_{e\lambda}} = \frac{\Phi_\lambda}{\Phi_{e\lambda_{\max}}} V(\lambda) = K_m V(\lambda)$$

a tedy
$$V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K_m} \ . \qquad (28)$$



Obr. 7. Spektrální světelná účinnost při fotopickém (denním) vidění a skotopickém (soumrakovém) vidění.

Uvedené údaje pro poměrnou spektrální světelnou účinnost platí jen při dostatečně intenzívním osvětlení. Při přechodu od denního světla v soumrak se celá křivka V_λ posune směrem ke kratším vlnovým délkám, tj. při slabém osvětlení je citlivost oka na červeném okraji spektra (delší vlnové délky) nižší a na modré straně spektra (kratší vlnové délky) vyšší. To je tzv. ***Purkyňův jev***. Máme-li dva papíry, červený a modrý, tak se nám při obvyklém denním světle jeví modrý papír tmavší než červený. Zatemníme-li dostatečně (ale ne úplně) místnost, jakmile se oko akomoduje na tmu, modrý papír se nám zdá světlejší než červený. Za silného osvětlení převládá vnímání čípky, při němž rozlišujeme barvy (fotopické, denní vidění). Při slabém osvětlení převládá vnímání tyčinkami, takže vidíme jen různé odstíny modrošedé (skotopické, soumrakové vidění).

Pro skotopické vidění bude maximální světelná účinnost $K'_m = 1700$ lm/W . Poměrná spektrální světelná účinnost skotopického vidění V'_λ (znázorněná na obr. 6) dosahuje maxima pro záření vlnové délky 507 nm.

Veličina	Značka	Jednotka	Definice
zářivá energie (energie optického záření)	Q_e	J	časový integrál zářivého toku $Q_e = \int_0^t \Phi_e dt$
zářivý tok (výkon optického záření)	Φ_e	W	vyjadřuje výkon přenášený optickým zářením; je určen energií dQ_e procházející sledovaným místem (plochou) za čas dt $\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt}$
zářivost	I_e	$W.sr^{-1}$	vyjadřuje schopnost daného, přibližně bodového zdroje vyzařovat v daném směru, je určena podílem elementárního zářivého toku $d\Phi_e$ a elementárního prostorového úhlu $d\Omega$, v němž je tento tok vyzařován $I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}$
plošná zářivost (jas)	L_e	$W.m^{-2}.sr^{-1}$	je určena podílem zářivosti dI_e elementární plošky o obsahu dS zdroje ve zvoleném směru ϑ a kolmého průmětu plošky v tomto směru $L_e = \frac{dI_e}{(dS.\cos\vartheta)} = \frac{1}{\cos\vartheta}\frac{d^2\Phi_e}{dSd\Omega}$
plošná hustota zářivého toku (intenzita optického záření)	φ_e (I)	$W.m^{-2}$	podíl zářivého toku $d\Phi_e$ kolmo prostupujícího elementární plochou a jejího obsahu dS_n $\varphi_e = \frac{d\Phi_e}{dS_n}$
intenzita vyzařování	M_e (I)	$W.m^{-2}$	je určena podílem zářivého toku $d\Phi_e$ vysílaného danou ploškou zdroje do poloprostoru a obsahu dS této plošky $M_e = \frac{d\Phi_e}{dS}$
intenzita ozáření	E_e (I)	$W.m^{-2}$	je určena podílem zářivého toku $d\Phi_e$ a obsahu dA plošky, na kterou tento tok dopadá $E_e = \frac{d\Phi_e}{dA}$
expozice, dávka ozáření	H_e	$W.s.m^{-2}$	plošná hustota zářivé energie, která dopadla na danou plochu v časovém intervalu od $t_0 = 0$ do t; je to součin střední intenzity ozáření $\overline{E}_e$ a doby t, po kterou ozáření působí $H_e = \overline{E}_e.t$

Tab. 2. Radiometrické jednotky a veličiny a jejich definice.

Veličina	Značka	Jednotka	Definice
světelné množství	Q	lumensekunda lm.s	časový integrál zářivého toku $Q=\int_0^t \Phi dt$
světelný tok	Φ	lumen lm	vyjadřuje schopnost zářivého toku vyvolat zrakový vjem; světelný tok vysílaný z přibližně bodového zdroje do prostorového úhlu Ω je určen integrálem svítivosti I v oboru tohoto úhlu, je tedy součinem střední svítivosti $\overline{I}$ a velikosti úhlu Ω $\Phi_e=\int_0^\Omega Id\Omega=\overline{I}.\Omega$
svítivost	I	kandela cd	vyjadřuje schopnost přibližně bodového zdroje vyvolat v daném směru zrakový vjem. Svítivost je základní fotometrická veličina. $I=\frac{d\Phi}{d\Omega}$
jas	L	cd.m^{-2}	je určen podílem svítivosti dI elementární plošky o obsahu dS zdroje ve zvoleném směru ϑ a kolmého průmětu plošky v tomto směru $L=\frac{dI}{(dS.\cos\vartheta)}=\frac{1}{\cos\vartheta}\frac{d^2\Phi}{dSd\Omega}$
světlení, intenzita světlení	M (I)	lm.m^{-2}	je určeno podílem světelného toku $d\Phi$ vysílaného danou ploškou zdroje do poloprostoru a obsahu dS této plošky $M=\frac{d\Phi}{dS}$
osvětlení, intenzita osvětlení	E	lux lx	je určeno podílem světelného toku $d\Phi$ a obsahu dA plošky, na kterou tento tok dopadá $E=\frac{d\Phi}{dA}$
osvit, expozice	H	luxsekunda ls.s	plošná hustota světelného množství, které dopadlo na danou plochu v časovém intervalu od $t_0=0$ do t; je to součin středního osvětlení $\overline{E}$ a doby t, po kterou osvětlení působí $H=\overline{E}.t$

Tab. 3. Fotometrické jednotky a veličiny a jejich definice.