

Světlo v izotropním látkovém prostředí a na rozhraní

izotropní bezztrátové dielektrikum je charakterizováno skalární permitivitou $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ a permeabilitou $\mu = \mu_0 \mu_r$ (kde $\mu_r = 1$ pro nemagnetické a slabě magnetické materiály – s výjimkou feromagnetik)

$$c \rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

zavádíme index lomu n
$$n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r} \quad (1)$$

kde ε_r je statická dielektrická konstanta

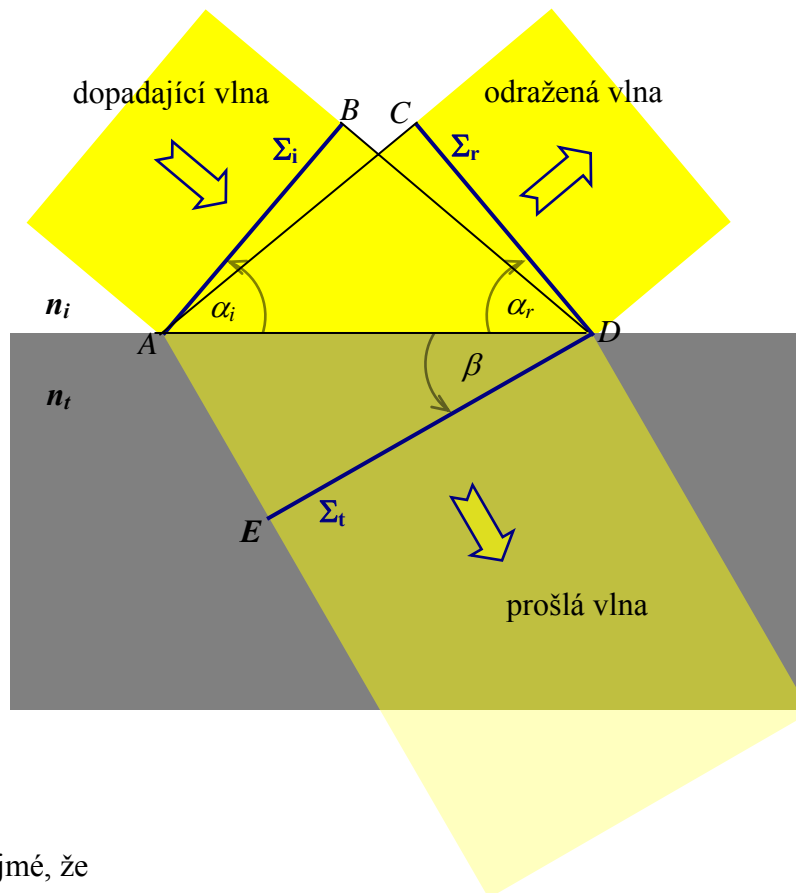
plyny při 0°C a 1 atm		
látka	$(\varepsilon_r)^{1/2}$	n
vzduch	1,000294	1,000293
helium	1,000034	1,000035
vodík	1,000131	1,00045
oxid uhličitý	1,00049	1,00045
kapaliny při 20°C		
látka	$(\varepsilon_r)^{1/2}$	n
benzen	1,51	1,501
voda	8,96	1,333
etanol	5,08	1,361
CCl ₄	4,63	1,461
CS ₂	5,04	1,628
pevné látky za pokojové teploty		
látka	$(\varepsilon_r)^{1/2}$	n
diamant	4,06	2,419
jantar	1,6	1,55
tavený křemen	1,94	1,458
NaCl	2,37	1,50

pozn. n bylo měřeno při $\lambda = 589,29$ nm

Jak je patrné z tabulky, vztah (1) platí pouze v případě jednoduchých plynů. Neplatnost tohoto jednoduchého stavu je důsledkem závislosti ε_r a tudíž i n na frekvenci – tento jev nazýváme

disperze.

Odvození zákona odrazu a lomu z Huygensova principu



Z obrázku je zřejmé, že

$$\frac{\sin \alpha_i}{BD} = \frac{\sin \alpha_r}{AC} = \frac{\sin \beta}{AE} = \frac{1}{AD}$$

a $\overline{BD} = v_i t$ $\overline{AC} = v_i t$ $\overline{AE} = v_t t$

Dosazením dostáváme

$$\frac{\sin \alpha_i}{v_i} = \frac{\sin \alpha_r}{v_i} = \frac{\sin \beta}{v_t}$$

Levá část tohoto výrazu vyjadřuje **zákon odrazu**: úhel dopadu je roven úhlu odrazu

$$\alpha_i = \alpha_r$$

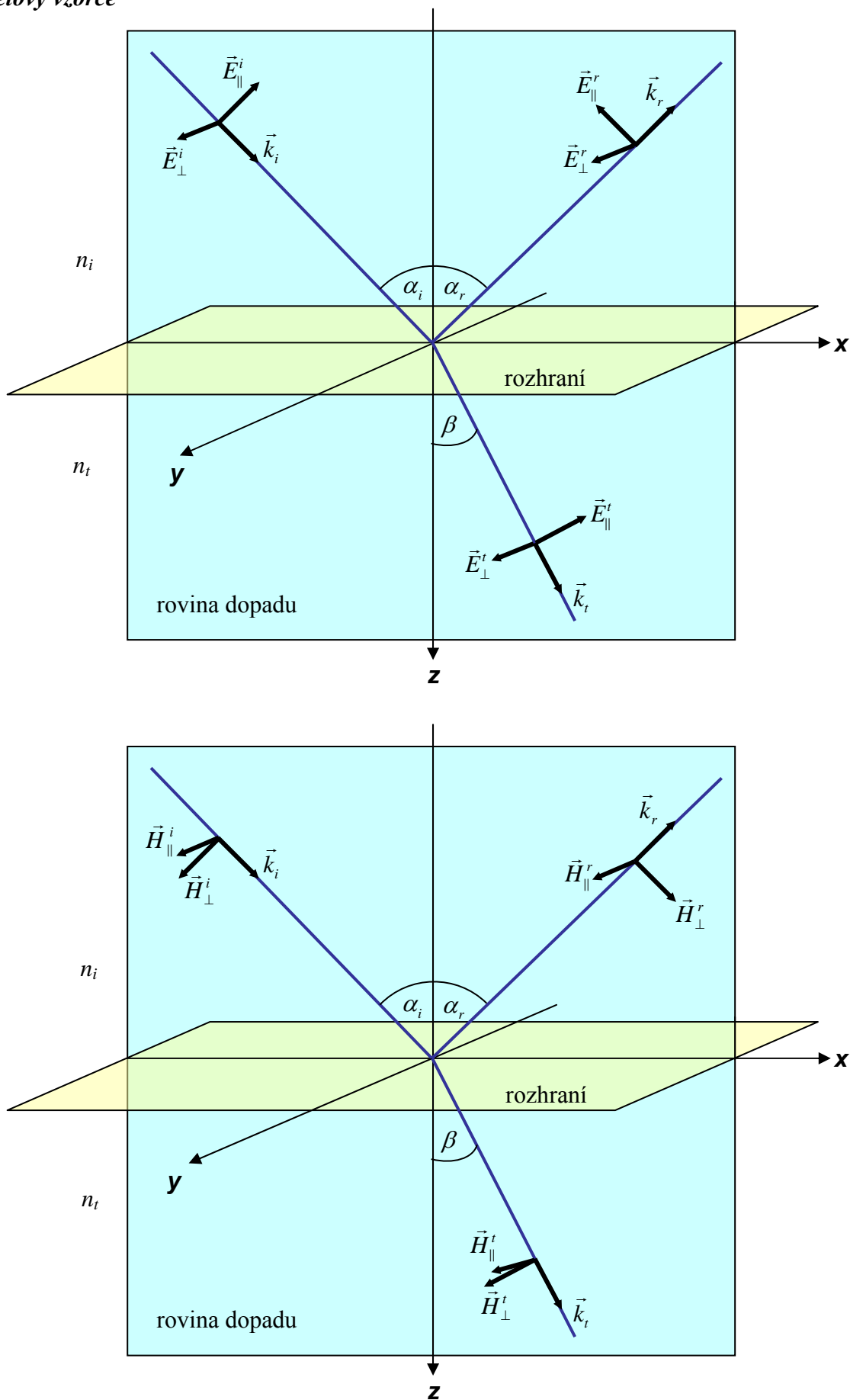
Rovnost prvního a posledního členu vyjadřuje **zákon lomu (Snellův zákon)**

$$\frac{\sin \alpha_i}{v_i} = \frac{\sin \beta}{v_t}$$

a protože $\frac{v_i}{v_t} = \frac{n_t}{n_i}$

$$n_i \sin \alpha_i = n_t \sin \beta$$

Fresnelovy vzorce



Obr. Fr-1. Vlny na rozhraní mezi dvěma homogenními isotropními bezztrátovými dielektriky.

rozhraní mezi dvěma homogenními isotropními bezztrátovými dielektriky – rovina (xy) – (viz obr. Fr-1)

rovina dopadu – rovina (xz) -je určena dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu

vektory \vec{k} , \vec{E} , \vec{H} tvoří pravotočivý systém !

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{v} (\vec{s} \times \vec{E}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{k}{\omega} \frac{1}{k} (\vec{k} \times \vec{E}) = \frac{1}{\mu_0 \omega} (\vec{k} \times \vec{E})$$

$$(v = \frac{\omega}{k}; \quad \vec{s} = \frac{\vec{k}}{k})$$

Index lomu $n \quad n \equiv \frac{c}{v}$

Složka \vec{E}_{\parallel} leží v rovině dopadu; naopak složka $\vec{H}_{\parallel} = \frac{1}{\mu_0 \omega} (\vec{k} \times \vec{E}_{\parallel})$ je kolmá k rovině dopadu.

Složka \vec{E}_{\perp} je kolmá k rovině dopadu; naopak složka $\vec{H}_{\perp} = \frac{1}{\mu_0 \omega} (\vec{k} \times \vec{E}_{\perp})$ leží v rovině

dopadu.

Parametry vln:

vlnové vektory

$$\vec{k}_i = n_i \frac{\omega}{c} \begin{pmatrix} \sin \alpha_i \\ 0 \\ \cos \alpha_i \end{pmatrix} \quad \vec{k}_r = n_i \frac{\omega}{c} \begin{pmatrix} \sin \alpha_r \\ 0 \\ -\cos \alpha_r \end{pmatrix} \quad \vec{k}_t = n_t \frac{\omega}{c} \begin{pmatrix} \sin \beta \\ 0 \\ \cos \beta \end{pmatrix}$$

amplitudy elektrické složky pole

$$\vec{E}_0^i = \begin{pmatrix} E_{\parallel}^i \cos \alpha_i \\ E_{\perp}^i \\ -E_{\parallel}^i \sin \alpha_i \end{pmatrix} \quad \vec{E}_0^r = \begin{pmatrix} -E_{\parallel}^r \cos \alpha_r \\ E_{\perp}^r \\ -E_{\parallel}^r \sin \alpha_r \end{pmatrix} \quad \vec{E}_0^t = \begin{pmatrix} E_{\parallel}^t \cos \beta \\ E_{\perp}^t \\ -E_{\parallel}^t \sin \beta \end{pmatrix}$$

amplitudy magnetické složky pole ($\vec{H} \sim \vec{k} \times \vec{E}$)

$$\vec{H}_0^i = n_i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \begin{pmatrix} -E_{\perp}^i \cos \alpha \\ E_{\parallel}^i \\ E_{\perp}^i \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \vec{H}_0^r = n_i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \begin{pmatrix} E_{\perp}^r \cos \alpha' \\ E_{\parallel}^r \\ E_{\perp}^r \sin \alpha' \end{pmatrix} \quad \vec{H}_0^t = n_t \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \begin{pmatrix} -E_{\perp}^t \cos \beta \\ E_{\parallel}^t \\ E_{\perp}^t \sin \beta \end{pmatrix}$$

(neboť $\frac{1}{\mu_0 \omega} k = \frac{1}{\mu_0 \omega} n \frac{\omega}{c} = \frac{1}{\mu_0} n \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$).

Dopadající rovinná harmonická vlna $\vec{E}^i = \vec{E}_0^i e^{i(\omega t - \vec{k}_i \vec{r})}$

Předpokládáme, že amplituda \vec{E}^{0i} je konstantní (nezávislá na čase), tj. vlna je lineárně polarizovaná. Tento předpoklad není omezující, neboť libovolná polarizace vlny může být vyjádřena pomocí dvou ortogonálních lineárně polarizovaných vln.

Odražená vlna $\vec{E}^r = \vec{E}_0^r e^{i(\omega_r t - \vec{k}_r \vec{r})}$

Prošlá (lomená) vlna $\vec{E}^t = \vec{E}_0^t e^{i(\omega_t t - \vec{k}_t \vec{r})}$

Z Maxwellových rovnic plynou hraniční podmínky, které musí být splněny při průchodu rozhraním – spojitost tangenciálních složek \vec{E} i \vec{H} , jinak řečeno tangenciální složky \vec{E} (resp. \vec{H}) na jedné i druhé straně rozhraní musí být stejné. Označíme-li \vec{u}_n jednotkový vektor kolmý na rozhraní, potom můžeme tuto podmínku vyjádřit takto

$$\vec{u}_n \times \vec{E}^i + \vec{u}_n \times \vec{E}^r = \vec{u}_n \times \vec{E}^t$$

nebo-li

$$\vec{u}_n \times \vec{E}_0^i e^{i(\omega_i t - \vec{k}_i \vec{r})} + \vec{u}_n \times \vec{E}_0^r e^{i(\omega_r t - \vec{k}_r \vec{r})} = \vec{u}_n \times \vec{E}_0^t e^{i(\omega_t t - \vec{k}_t \vec{r})}$$

Tento vztah musí být splněn v každém časovém okamžiku a v každém bodu rozhraní (v našem případě $z = 0$). Čili \vec{E}^i , \vec{E}^r i \vec{E}^t musí být stejným způsobem závislé na proměnných t a \vec{r} , tedy

$$\left(\omega_i t - \vec{k}_i \vec{r}\right)\Big|_{z=0} = \left(\omega_r t - \vec{k}_r \vec{r}\right)\Big|_{z=0} = \left(\omega_t t - \vec{k}_t \vec{r}\right)\Big|_{z=0}$$

To bude splněno pokud bude platit

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t = \omega$$

a

$$\left(\vec{k}_i \vec{r}\right)\Big|_{z=0} = \left(\vec{k}_r \vec{r}\right)\Big|_{z=0} = \left(\vec{k}_t \vec{r}\right)\Big|_{z=0}$$

První vztah vede k podmínce

$$\left[\left(\vec{k}_i - \vec{k}_r\right) \vec{r}\right]\Big|_{z=0} = 0$$

Tato podmínka znamená, že $\left(\vec{k}_i - \vec{k}_r\right)$ je rovnoběžné s \vec{u}_n (neboť polohový vektor \vec{r} leží v rovině rozhraní, tedy $\left(\vec{k}_i - \vec{k}_r\right)$ nemá žádnou složku v rovině rozhraní, čili

$$\vec{u}_n \times \left(\vec{k}_i - \vec{k}_r\right) = 0$$

Protože ale $k_i = k_r$ (dopadající i odražená vlna se šíří ve stejném prostředí) dostáváme z podmínky rovnosti tangenciálních složek

$$k_i \sin \alpha_i = k_r \sin \alpha_r$$

zákon odrazu $\alpha_i = \alpha_r$ (úhel odrazu se rovná úhlu dopadu).

Analogicky

$$\left[\left(\vec{k}_i - \vec{k}_t\right) \vec{r}\right]\Big|_{z=0} = 0$$

tedy i $(\vec{k}_i - \vec{k}_r)$ je kolmý k rozhraní a tedy vlnové vektory \vec{k}_i , \vec{k}_r a \vec{k}_t jsou koplanární (leží v rovině kolmé na rozhraní – v rovině dopadu). Z podmínky rovnosti tangenciálních složek

$$k_i \sin \alpha_i = k_t \sin \beta$$

Po vynásobení c/ω dostáváme **zákon lomu** (Snellův zákon)

$$n_i \sin \alpha_i = n_t \sin \beta$$

Z podmínky pro spojitost tangenciálních složek na rozhraní tedy pro x -ovou a y -ovou složku elektrické intenzity dostaneme

$$E_{\parallel}^i \cos \alpha - E_{\parallel}^r \cos \alpha = E_{\parallel}^t \cos \beta \quad (1)$$

$$E_{\perp}^i + E_{\perp}^r = E_{\perp}^t \quad (2)$$

a pro x -ovou a y -ovou složku magnetické intenzity

$$-n_i E_{\perp}^i \cos \alpha + n_i E_{\perp}^r \cos \alpha = -n_t E_{\perp}^t \cos \beta \quad (3)$$

$$n_i E_{\parallel}^i + n_i E_{\parallel}^r = n_t E_{\parallel}^t \quad (4)$$

Máme tedy dvě dvojice rovnic – (1) a (4) pro \parallel složky a (2) a (3) pro \perp složky. Rovnice budeme řešit pro amplitudu odražené a prošlé vlny v závislosti na amplitudě dopadající vlny.

Ze vztahu (4) vyjádříme $E_{\parallel}^t = \frac{n_i}{n_t} (E_{\parallel}^i + E_{\parallel}^r)$ a dosadíme do (1)

$$E_{\parallel}^i \cos \alpha - E_{\parallel}^r \cos \alpha = \frac{n_i}{n_t} (E_{\parallel}^i + E_{\parallel}^r) \cos \beta$$

a odtud snadnou úpravou dostáváme Fresnelův vzorec pro **amplitudový koeficient odrazivosti** r_{\parallel}

$$r_{\parallel} \equiv \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\parallel}^i} = \frac{n_t \cos \alpha - n_i \cos \beta}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta} \quad (\text{Fr1})$$

Analogicky vyjádřením E_{\parallel}^r ze (4) a dosazením do (1) získáme Fresnelův vzorec pro

amplitudový koeficient propustnosti t_{\parallel}

$$t_{\parallel} \equiv \frac{E_{\parallel}^t}{E_{\parallel}^i} = \frac{2n_i \cos \alpha}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta} \quad (\text{Fr2})$$

Analogickým postupem lze ze vztahů (2) a (3) odvodit Fresnelovy vzorce pro amplitudové koeficienty r_{\perp} a t_{\perp}

$$r_{\perp} \equiv \frac{E_{\perp}^r}{E_{\perp}^i} = \frac{n_i \cos \alpha - n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} \quad (\text{Fr3})$$

$$t_{\perp} \equiv \frac{E'_{\perp}}{E_{\perp}} = \frac{2n_i \cos \alpha}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} \quad (\text{Fr4})$$

S využitím zákona lomu lze Fresnelovy vzorce upravit ještě do jiného tvaru:

$$\begin{aligned} r_{\parallel} &= \frac{n_t \cos \alpha - n_i \cos \beta}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} = \frac{\frac{n_t}{n_i} \cos \alpha - \cos \beta}{\frac{n_t}{n_i} \cos \alpha + \cos \beta} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \alpha - \cos \beta}{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \alpha + \cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha - \sin \beta \cos \beta}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta} = \\ &= \frac{(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) \sin \alpha \cos \alpha - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \sin \beta \cos \beta}{(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) \sin \alpha \cos \alpha + (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \sin \beta \cos \beta} = \\ &= \frac{(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha)}{(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha)} = \frac{\cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)} = \frac{\text{tg}(\alpha - \beta)}{\text{tg}(\alpha + \beta)} \end{aligned}$$

$$r_{\perp} = \frac{n_i \cos \alpha - n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} = \frac{\cos \alpha - \frac{n_t}{n_i} \cos \beta}{\cos \alpha + \frac{n_t}{n_i} \cos \beta} = \frac{\sin \beta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\begin{aligned} t_{\parallel} &= \frac{2n_i \cos \alpha}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} = \frac{2 \cos \alpha}{\frac{n_t}{n_i} \cos \alpha + \cos \beta} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\frac{1}{2}(\sin 2\alpha + \sin 2\beta)} = \\ &= \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} \end{aligned}$$

$$t_{\perp} = \frac{2n_i \cos \alpha}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} = \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha + \frac{n_t}{n_i} \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Při odvození byly použity součtové věty pro goniometrické funkce:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Fresnelovy vzorce pro amplitudové koeficienty lze tedy shrnout do následujících vztahů:

$$r_{\parallel} \equiv \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\parallel}^i} = \frac{n_t \cos \alpha - n_i \cos \beta}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} \quad (\text{Fr1})$$

$$t_{\parallel} \equiv \frac{E_{\parallel}^t}{E_{\parallel}^i} = \frac{2n_i \cos \alpha}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} \quad (\text{Fr2})$$

$$r_{\perp} \equiv \frac{E_{\perp}^r}{E_{\perp}^i} = \frac{n_t \cos \alpha - n_i \cos \beta}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (\text{Fr3})$$

$$t_{\perp} \equiv \frac{E_{\perp}^t}{E_{\perp}^i} = \frac{2n_i \cos \alpha}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (\text{Fr4})$$

Pozn. 1: Směry (nebo lépe řečeno fáze) vektorů \vec{E}^i , \vec{E}^r i \vec{E}^t byly zvoleny do jisté míry arbitrárně a znaménka ve Fresnelových vzorcích uvedených výše odpovídají této volbě.

Literatura není v tomto jednotná a lze v ní najít i vzorce s odlišnými znaménky, což je ale způsobeno jinou volbou počátečních směrů vektorů \vec{E}^i , \vec{E}^r i \vec{E}^t .

Pozn. 2: Pro $\vec{E}^i \perp$ k rovině dopadu se někdy v literatuře používá označení *transverzální elektrická* (TE) *polarizace* a pro $\vec{H}^i \perp$ k rovině dopadu se používá označení *transverzální magnetická* (TM) *polarizace*. Amplitudové koeficienty odrazivosti se potom označují jako r_s a r_p

$$r_s \equiv \left[\frac{E^r}{E} \right]_{TE} \equiv \frac{E_{\perp}^r}{E_{\perp}^i} \equiv r_{\perp} \quad \text{tzv. s-polarizace (}\perp\text{ k rovině dopadu)}$$

$$r_p \equiv \left[\frac{E^r}{E} \right]_{TM} \equiv \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\parallel}^i} \equiv r_{\parallel} \quad \text{tzv. p-polarizace (v rovině dopadu)}$$

Fyzikální důsledky vyplývající z Fresnelových vzorců

Pro kolmý dopad ($\alpha = 0$)

$$(r_{\parallel})_{\alpha=0} = \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} = -(r_{\perp})_{\alpha=0}$$

Konkrétně pro rozhraní vzduch ($n_i = 1$) sklo ($n_t = 1,5$) dostáváme $(r_{\parallel})_{\alpha=0} = -(r_{\perp})_{\alpha=0} = 0,2$.

Je-li $n_t > n_i$, tedy pro tzv. **vnější odraz**, potom ze zákona lomu bude $\alpha > \beta$ a tudíž pro libovolný úhel dopadu α bude $r_{\perp} < 0$ (viz obr. Fr-3).

Z Fresnelova vzorce (Fr1) pro r_{\parallel} je zřejmé, že $r_{\parallel} = 0$ pro takový úhel dopadu α_B , pro který je splněna podmínka

$$\operatorname{tg}(\alpha_B + \beta) = \infty \quad \text{a tedy} \quad \alpha_B + \beta = 90^\circ,$$

tj. odražený a lomený paprsek jsou navzájem kolmé. Úhel α_B se označuje jako **Brewsterův úhel** (nebo též **polarizační úhel**). Ze zákona lomu potom dostáváme

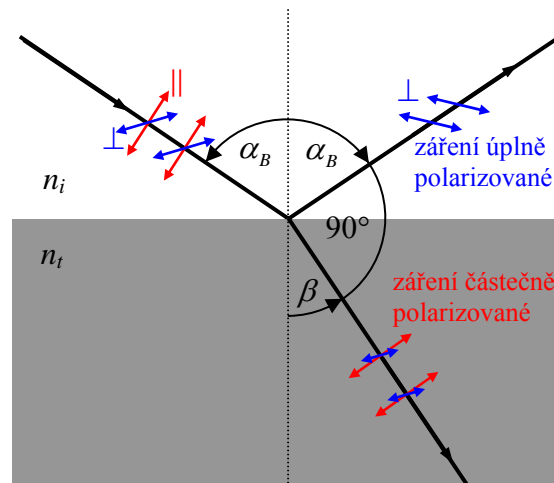
$$n_i \sin \alpha_B = n_t \sin \beta = n_t \sin(90^\circ - \alpha_B) = n_t \cos \alpha_B$$

a tedy $\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_t}{n_i}$, respektive $\alpha_B = \operatorname{arctg} \frac{n_t}{n_i}$

Tento vztah vyjadřuje tzv. **Brewsterův zákon**.

Bude-li úhel dopadu $\alpha = \alpha_B$, potom bude $r_{\parallel} = 0$ a tedy $E_{\parallel}^r = r_{\parallel} E_{\parallel}^i = 0$

a v odraženém světle bude přítomna pouze složka E_{\perp}^r . **Světlo odražené pod Brewsterovým úhlem bude tedy lineárně polarizované v rovině kolmé k rovině dopadu**. Prošlé záření bude polarizované částečně.



Obr. Fr-2. Odraz na rozhraní vzduch sklo při dopadu pod Brewsterovým úhlem.

Pro rozhraní vzduch-sklo nabývá Brewsterův úhel hodnotu

$$\alpha_B = \operatorname{arctg} \frac{n_t}{n_i} = \operatorname{arctg} \frac{1,5}{1} \cong 56,3^\circ$$

Pro úhly dopadu $\alpha < \alpha_B$ bude $r_{\parallel} > 0$, zatímco pro úhly dopadu $\alpha > \alpha_B$ bude $r_{\parallel} < 0$. Pro úhel dopadu $\alpha = 90^\circ$ (tečný dopad) bude

$$(r_{\parallel})_{\alpha=90^\circ} = \frac{-n_i \cos \beta}{n_i \cos \beta} = -1 \quad (r_{\perp})_{\alpha=90^\circ} = \frac{-n_i \cos \beta}{n_i \cos \beta} = -1.$$

Pokud jde o koeficienty propustnosti, v případě kolmého dopadu ($\alpha = 0$) bude

$$(t_{\parallel})_{\alpha=0} = \frac{2n_i}{n_i + n_t} = (t_{\perp})_{\alpha=0}$$

$$Z(2) \quad E_{\perp}^i + E_{\perp}^r = E_{\perp}^t \quad \Rightarrow \quad 1 + \frac{E_{\perp}^r}{E_{\perp}^i} = \frac{E_{\perp}^t}{E_{\perp}^i} \quad \Rightarrow \quad t_{\perp} - r_{\perp} = 1 \quad \text{pro } \forall \alpha$$

$$\text{(nebo jinak } \frac{2n_i \cos \alpha}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} - \frac{n_i \cos \alpha - n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} = \frac{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} = 1),$$

ale $t_{\parallel} + r_{\parallel} = 1$ pouze pro $\alpha = 0$!!!

Je-li $n_t < n_i$, tedy pro tzv. **vnitřní odraz**, potom ze zákona lomu bude $\alpha < \beta$ a tudíž pro

libovolný úhel dopadu α bude $r_{\perp} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} > 0$ a r_{\perp} poroste od počáteční

hodnoty $(r_{\perp})_{\alpha=0} = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} > 0$ až k hodnotě $r_{\perp} = 1$ pro **mezní úhel** α_m .

Pro úhel dopadu $\alpha = \alpha_m$ bude úhel lomu $\beta = 90^\circ$ a tedy ze zákona lomu vyplývá, že

$$\sin \alpha_m = \frac{n_t}{n_i}$$

Pro úhly dopadu $\alpha > \alpha_m$ nastává **totální (úplný) odraz**.

Například pro rozhraní sklo-vzduch bude $\alpha_m = \arcsin \frac{n_t}{n_i} = \arcsin \frac{1}{1,5} \cong 41,8^\circ$.

Pro kolmý dopad bude $(r_{\parallel})_{\alpha=0} = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} < 0$. Z Fresnelova vzorce (Fr1) pro r_{\parallel} je zřejmé, že i

pro vnitřní odraz bude $r_{\parallel} = 0$ pro úhel dopadu α'_B (Brewsterův úhel) splňující podmínku

$$\text{tg}(\alpha'_B + \beta) = \infty \quad \text{a tedy} \quad \alpha'_B + \beta = 90^\circ.$$

Pro rozhraní sklo-vzduch nabývá Brewsterův úhel hodnotu

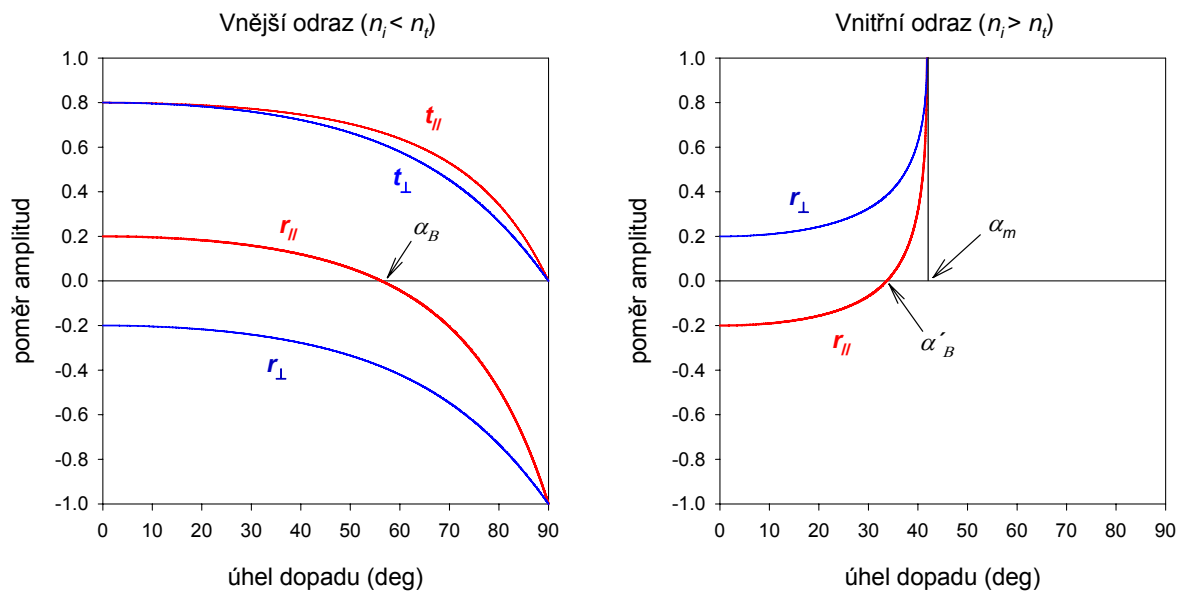
$$\alpha_B = \text{arctg} \frac{n_t}{n_i} = \text{arctg} \frac{1}{1,5} \cong 33,7^\circ$$

Je zřejmé, že pro danou dvojici prostředí platí, že $\text{tg} \alpha_B = \frac{1}{\text{tg} \alpha'_B}$, a tedy

$$\frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \frac{\cos \alpha'_B}{\sin \alpha'_B} \quad \Rightarrow \quad \sin \alpha_B \sin \alpha'_B - \cos \alpha_B \cos \alpha'_B = \cos(\alpha_B + \alpha'_B) = 0$$

$\Rightarrow \quad \alpha_B + \alpha'_B = 90^\circ$ tedy tyto úhly jsou doplňkové.

Průběh amplitudových koeficientů propustnosti a odrazivosti pro rozhraní vzduch-sklo (vnější odraz) respektive sklo-vzduch (vnitřní odraz) je znázorněn na obr. Fr-3.



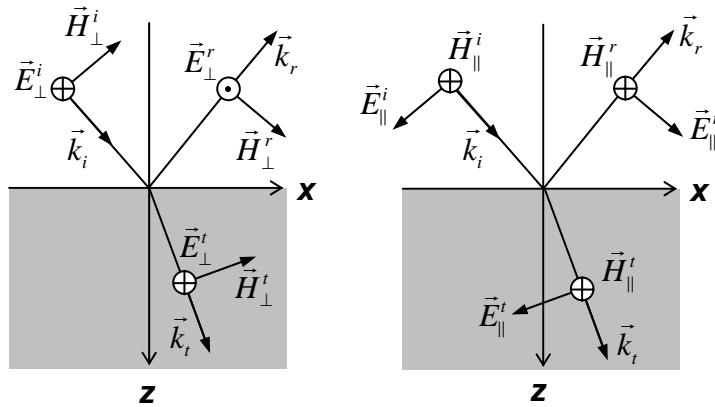
Obr. Fr-3. Průběh amplitudových koeficientů odrazivosti a propustnosti v závislosti na úhlu dopadu pro rozhraní vzduch-sklo (vnější odraz, $n_i = 1$, $n_t = 1,5$) a pro sklo-vzduch (vnitřní odraz, $n_i = 1,5$, $n_t = 1$).

Fázové posuvy

Je-li $n_i < n_t$ (**odraz na opticky hustším prostředí**) potom $r_{\perp} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} < 0 \quad \forall \alpha$

Kdybychom v obr. Fr-1 zvolili opačný směr \vec{E}_{\perp}^r , dostali bychom ve vztahu (Fr3) **kladné** znaménko. Znaménko v tomto vztahu souvisí s relativními směry \vec{E}_{\perp}^i a \vec{E}_{\perp}^r . Změna znaménka a tedy směru o 180° je rovnocenná fázovému posuvu o π ($e^{i\pi} = \cos \pi + i \sin \pi = -1$). Na rozhraní budou \vec{E}_{\perp}^i a \vec{E}_{\perp}^r **antiparalelní** a tedy fázově posunuté o π (paralelní \Rightarrow ve fázi, antiparalelní \Rightarrow v protifázi). Při odrazu na opticky hustším prostředí dochází **u složky polarizované kolmo k rovině dopadu** ke změně fáze o π ($\Delta\varphi_{\perp} = \pi$)! Naopak t_{\parallel} a t_{\perp} jsou kladné v celém rozsahu úhlu dopadu a tedy k fázovému posuvu nedochází. Při odrazu na opticky řidším prostředí, kdy je $n_i > n_t$, k fázovému posuvu kolmé složky nedochází ($\Delta\varphi_{\perp} = 0$).

Méně zřejmá je situace pro \vec{E}_{\parallel}^i , \vec{E}_{\parallel}^r a \vec{E}_{\parallel}^t , jež jsou koplanární ale nikoli kolineární. V tomto případě řekneme, že dva vektory jsou ve fázi, pokud jejich z-ové komponenty jsou paralelní, a naopak v protifázi, pokud jsou jejich z-ové komponenty jsou antiparalelní. Jsou-li totiž dvě pole \vec{E}_{\parallel} v protifázi, potom s nimi sdružená pole \vec{H}_{\parallel} budou rovněž v protifázi (jedno bude mířit před rovinu nákresny a druhé za ni) – a *vice versa* (viz obr. Fr-4).



Obr. Fr-4. Orientace polí a fázové posuny. (a) \vec{E}_\perp^i a \vec{E}_\perp^r jsou v protifázi (\vec{E}_\perp^i míří za nákresnu, \vec{E}_\perp^r před nákresnu), a proto \vec{H}_\perp^i a \vec{H}_\perp^r jsou v protifázi. (b) \vec{H}_\parallel^i a \vec{H}_\parallel^r jsou ve fázi (\vec{H}_\parallel^i i \vec{H}_\parallel^r míří za nákresnu), proto \vec{E}_\parallel^i a \vec{E}_\parallel^r jsou ve fázi.

Amplitudový koeficient odrazivosti pro rovnoběžnou složku daný výrazem

$$r_\parallel \equiv \frac{E_\parallel^r}{E_\parallel^i} = \frac{n_t \cos \alpha - n_i \cos \beta}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta}$$

bude kladný ($\Delta\varphi_\parallel = 0$), pokud

$$n_t \cos \alpha - n_i \cos \beta > 0$$

tedy (dosazením ze zákona lomu) pokud

$$\sin \alpha \cos \alpha - \sin \beta \cos \beta > 0$$

Tento výraz lze upravit do tvaru

$$\sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta) > 0$$

Tato podmínka bude splněna v případě vnějšího odrazu ($n_i < n_t$, tedy $\alpha > \beta$), jestliže

$$\alpha + \beta < \frac{\pi}{2} \quad \text{čili pro } \alpha < \alpha_B$$

a při vnitřním odrazu ($n_i > n_t$, tedy $\alpha < \beta$), jestliže

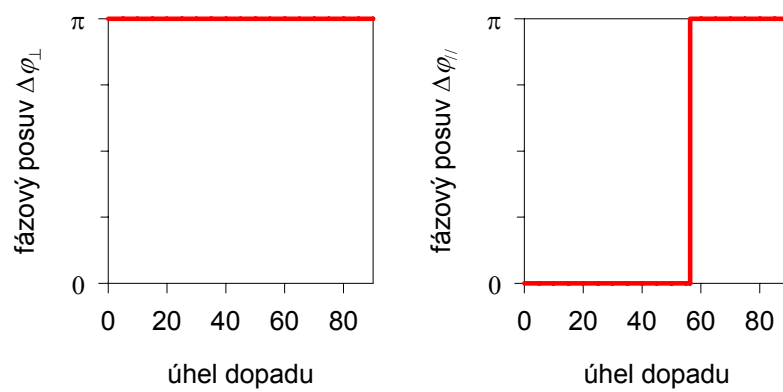
$$\alpha + \beta > \frac{\pi}{2} \quad \text{čili pro } \alpha > \alpha_B$$

Potom při vnějším odrazu budou složky \vec{E}_\parallel^i a \vec{E}_\parallel^r pro $\alpha < \alpha_B$ ve fázi ($\Delta\varphi_\parallel = 0$) a pro $\alpha > \alpha_B$ v protifázi ($\Delta\varphi_\parallel = \pi$). Přejít ve skutečnosti není nespojitý, neboť pro $\alpha = \alpha_B$ je \vec{E}_\parallel^r nulové.

Naopak při vnitřním odrazu r_\parallel je záporné pro $\alpha < \alpha'_B$ a tedy $\Delta\varphi_\parallel = \pi$. Pro $\alpha'_B < \alpha < \alpha_m$ je r_\parallel kladné a tedy $\Delta\varphi_\parallel = 0$. Pro $\alpha > \alpha_m$ se stane r_\parallel komplexní a $\Delta\varphi_\parallel$ postupně poroste až k

hodnotě π pro $\alpha = 90^\circ$. Tyto závěry jsou shrnuty na obr. Fr-5.

Vnější odraz ($n_i < n_t$)



Obr. Fr-5. Fázové posuvy kolmé a rovnoběžné složky pole \vec{E} pro vnější odraz na rozhraní vzduch-sklo.