

Odrazivost a propustnost

Ve vakuu je plošná hustota toku záření dána Poyntingovým vektorem

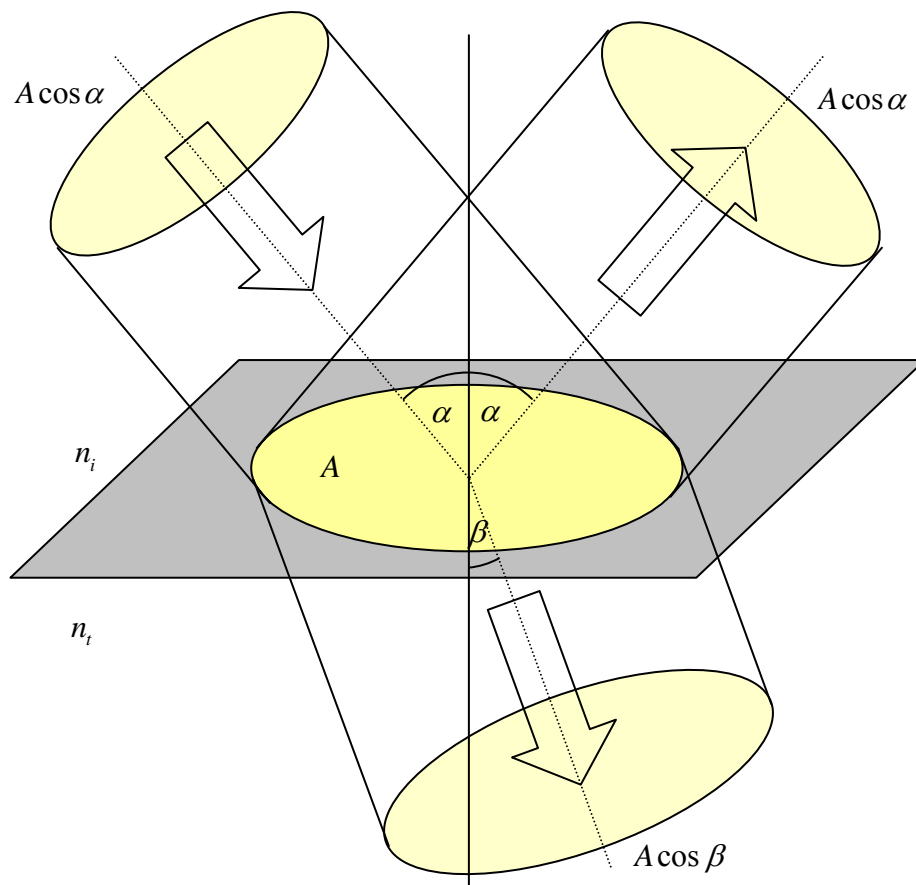
$$\vec{S} = c^2 \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$$

a zářivost (W/m^2) je definována jako časová střední hodnota

$$I = \langle S \rangle = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2$$

což je průměrná energie, která proteče za jednotku času jednotkovou plochou kolmou k \vec{S} ($\parallel \vec{k}$ v isotropním prostředí).

V případě dopadu na rozhraní (obr. Fr-6) označme I_i , I_r a I_t plošné hustoty toku dopadajícího, odraženého a prošlého záření. Příslušné plochy (průřezy) dopadajícího, odraženého a prošlého záření jsou $A \cos \alpha$, $A \cos \alpha$ a $A \cos \beta$. Potom dopadající výkon bude $I_i A \cos \alpha$. Podobně výkon v odraženém svazku bude $I_r A \cos \alpha$ a výkon v prošlém svazku $I_t A \cos \beta$.



Obr. Fr-6. Odraz a průchod světelného svazku rozhraním.

Definujeme **odrazivost** (reflektivitu) jako poměr odraženého výkonu (toku) k dopadajícímu výkonu

$$R \equiv \frac{I_r \cos \alpha}{I_i \cos \alpha} = \frac{I_r}{I_i} = \frac{\frac{1}{2} v_r \varepsilon_i (E^{0r})^2}{\frac{1}{2} v_i \varepsilon_i (E^{0i})^2} = \left(\frac{E^{0r}}{E^{0i}} \right)^2 = r^2$$

Analogicky definujeme **propustnost** (transmisivitu) jako

$$T = \frac{I_t \cos \beta}{I_i \cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2} v_t \varepsilon_t \cos \beta (E^{0t})^2}{\frac{1}{2} v_i \varepsilon_i \cos \alpha (E^{0i})^2} = \frac{\sqrt{\varepsilon_t} \cos \beta (E^{0t})^2}{\sqrt{\varepsilon_i} \cos \alpha (E^{0i})^2} = \frac{n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha} t^2$$

kde jsem užili vztahy $\mu_0 \varepsilon_t = \frac{1}{v_t^2}$ a $\mu_0 \varepsilon_i v_t = \frac{n_t}{c}$.

T není prostě rovno t^2 ze dvou důvodů. Zaprvé musíme zahrnout poměr indexů lomu, protože rychlosti s jakou je energie transportována k rozhraní a od něj jsou rozdílné, jinak řečeno $I \sim v$. Za druhé, průřezy dopadajícího a prošlého svazku jsou rozdílné a to se tedy odráží v toku energie jednotkovou plochou přítomností kosinových členů.

Napišme nyní výraz vyjadřující zákon zachování energie při průchodu rozhraním – celková energie dopadající na plochu A za jednotku času musí být rovna energii vytékající z plochy A za jednotku času

$$\begin{aligned} I_i A \cos \alpha &= I_r A \cos \alpha + I_t A \cos \beta \\ \frac{1}{2} v_i \varepsilon_i (E^{0i})^2 A \cos \alpha &= \frac{1}{2} v_i \varepsilon_i (E^{0r})^2 A \cos \alpha + \frac{1}{2} v_t \varepsilon_t (E^{0t})^2 A \cos \beta \\ n_i (E^{0i})^2 \cos \alpha &= n_i (E^{0r})^2 \cos \alpha + n_t (E^{0t})^2 \cos \beta \\ 1 &= \left(\frac{E^{0r}}{E^{0i}} \right)^2 + \left(\frac{n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha} \right) \left(\frac{E^{0t}}{E^{0i}} \right)^2 \end{aligned}$$

To ale není nic jiného než

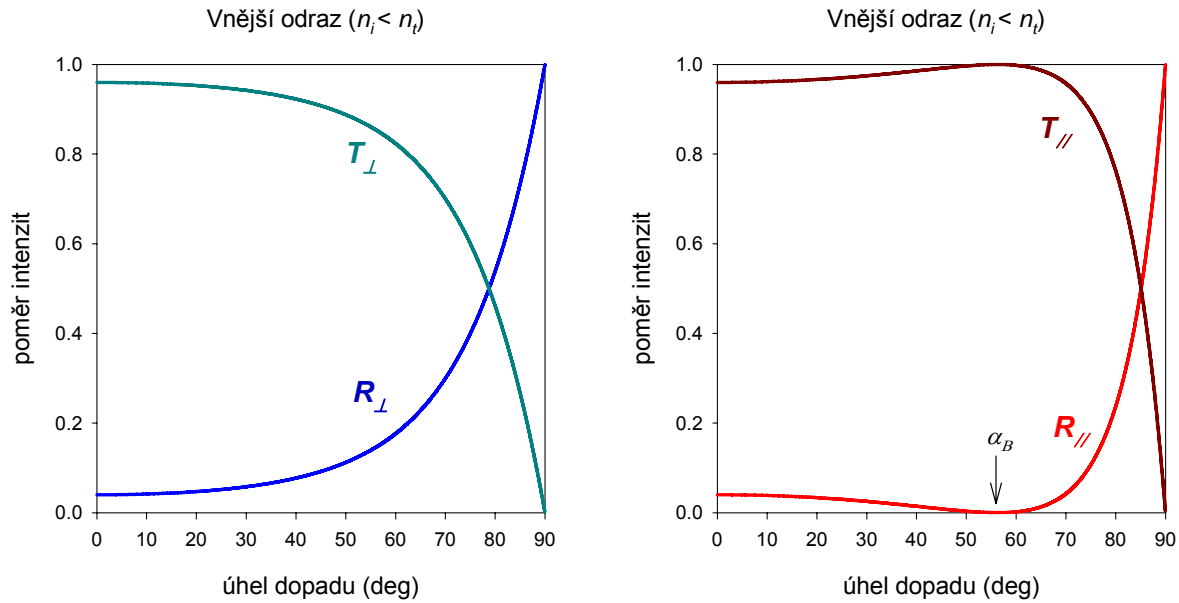
$$R + T = 1$$

(tedy pokud nedochází k absorpci, tj. obě dielektrika jsou bezztrátová).

Je vhodné přejít ke složkám – kolmé a rovnoběžné

$$\begin{aligned} R_{\perp} &= r_{\perp}^2 & T_{\perp} &= \frac{n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha} t_{\perp}^2 \\ R_{\parallel} &= r_{\parallel}^2 & T_{\parallel} &= \frac{n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha} t_{\parallel}^2 \end{aligned}$$

Závislost intenzitních koeficientů odrazivosti a propustnosti na úhlu dopadu je pro vnější odraz uvedena na obr. Fr-7.



Obr. Fr-7. Závislost intenzitních koeficientů odrazivosti a propustnosti na úhlu dopadu pro rozhraní vzduch ($n_i = 1$) sklo ($n_t = 1,5$).

Navíc

$$R_{\perp} + T_{\perp} = \frac{n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha} t_{\perp}^2 + r_{\perp}^2 = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \beta \cos \alpha} \frac{4 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2(\alpha + \beta)} + \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} = \frac{\sin^2(\alpha + \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} = 1$$

a podobně $R_{\parallel} + T_{\parallel} = \frac{n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha} t_{\parallel}^2 + r_{\parallel}^2 = 1$

Pro kolmý dopad není rovina dopadu definována a rozdíl mezi \perp a \parallel složkou R a T vymizí

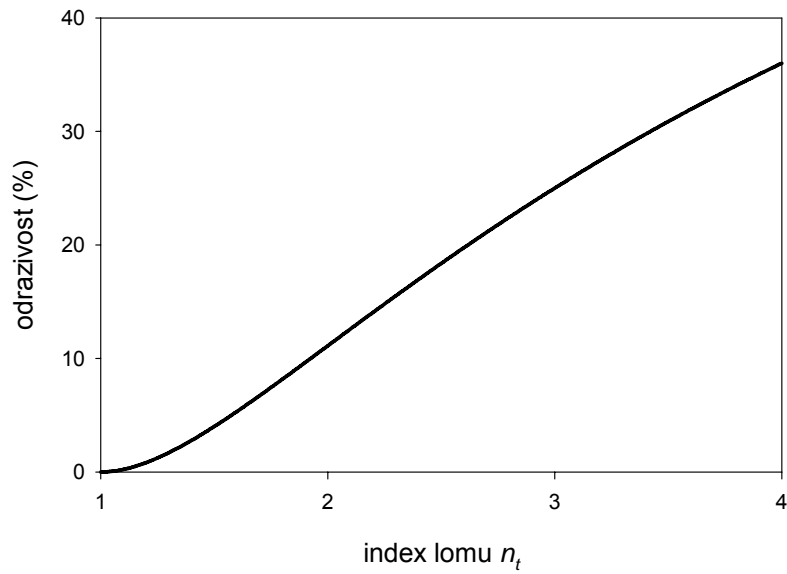
$$R = R_{\parallel} = R_{\perp} = \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2$$

$$T = T_{\parallel} = T_{\perp} = \frac{4n_i n_t}{(n_i + n_t)^2}$$

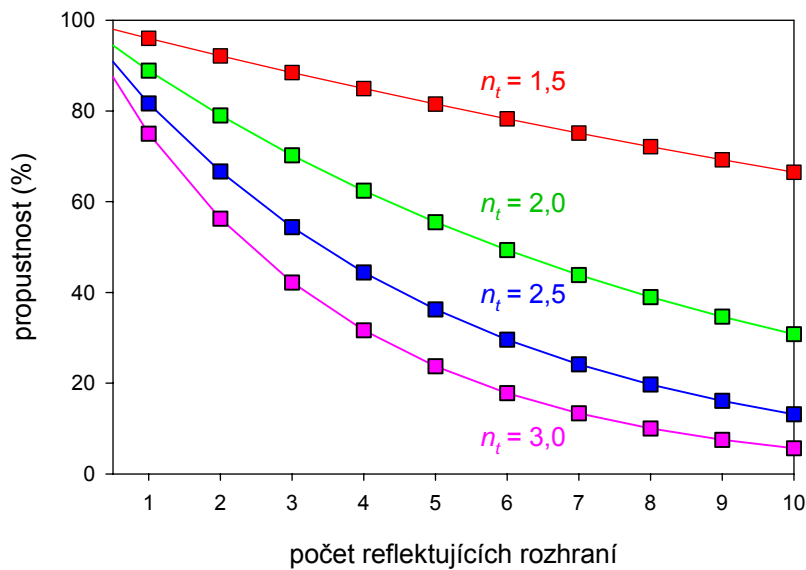
Na obr. Fr-8 je závislost odrazivosti při kolmém dopadu na rozhraní vzduch-prostředí na indexu lomu n_t . Z obrázku je zřejmé, že s rostoucím indexem lomu n_t odrazivost vzrůstá.

Příklad: rozhraní vzduch-sklo $\Rightarrow R = \left(\frac{1,5 - 1}{1,5 + 1} \right)^2 = \left(\frac{0,5}{2,5} \right)^2 = 0,04$, tedy při kolmém dopadu se

na rozhraní sklo-vzduch odráží 4% dopadajícího záření. Vezme-li sloupec asi tak 50 krycích sklíček pro mikroskopii, většina světla se odráží a takový sloupec vypadá spíše jako zrcadlo (viz též obr. Fr-9 udávající závislost propustnosti na počtu rozhraní při kolmém dopadu).



Obr. Fr-8. Závislost odrazivosti na rozhraní vzduch ($n_i = 1,0$) prostředí (index lomu n_t) při kolmém dopadu.

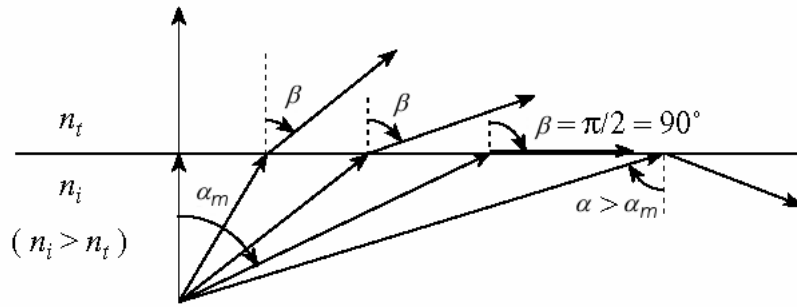


Obr. Fr-9. Závislost propustnosti na počtu rozhraní ve vzduchu ($n_i = 1,0$) při kolmém dopadu.

Úplný odraz

Je-li $n_i < n_t$, potom bude $\beta > \alpha$. S rostoucím úhlem dopadu α se bude odražený paprsek blížit k tečně k rozhraní, $\beta \rightarrow 90^\circ$.

Jestliže $\beta = 90^\circ$, potom $\sin \beta = 1$ a tedy $\sin \alpha_m = \frac{n_t}{n_i}$ α_m – **mezní úhel**



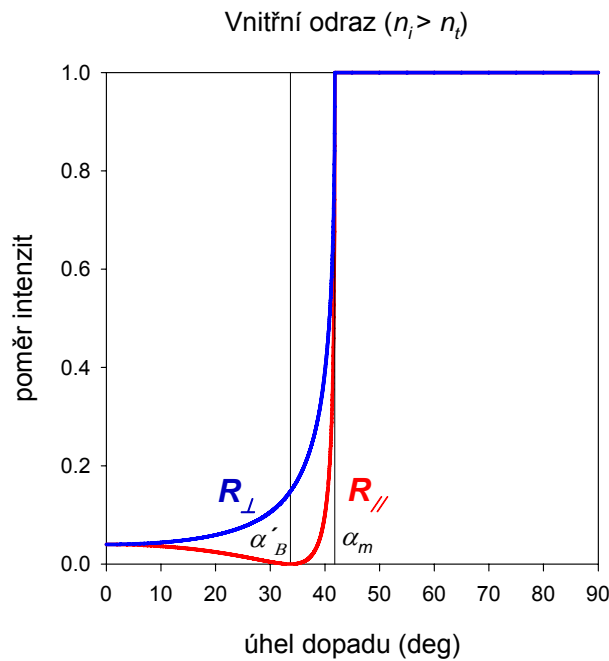
Obr. Fr-10. Vnitřní odraz a mezní úhel.

Pro rozhraní sklo-vzduch bude $\alpha_m = \arcsin \frac{1}{1,5} \cong 41,8^\circ$

Intenzitní koeficient odrazivosti při vnitřním odrazu se při $\alpha \rightarrow \alpha_m$ bude blížit jedné,

$$R(\alpha_m) = 1.$$

Průběh intenzitních koeficientů odrazivosti při vnitřního odrazu je uveden na obr. Fr-11.



Obr. Fr-11. Závislost intenzitních koeficientů odrazivosti na úhlu dopadu pro rozhraní sklo ($n_i = 1,5$) vzduch ($n_t = 1,0$). V tomto případě bude Brewsterův úhel $\alpha'_B = 33,7^\circ$ a mezní úhel $\alpha_m = 41,8^\circ$.

Zavedme relativní index lomu $n = \frac{n_t}{n_i}$

Potom můžeme Fr3 napsat ve tvaru

$$r_{\perp} = \frac{n_i \cos \alpha - n_t \cos \beta}{n_i \cos \alpha + n_t \cos \beta} = \frac{\cos \alpha - n \cos \beta}{\cos \alpha + n \cos \beta} = \frac{\cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

neboť ze zákona lomu $\sin \alpha = n \sin \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$

a podobně i Fr1

$$r_{\parallel} = \frac{n_t \cos \alpha - n_i \cos \beta}{n_t \cos \alpha + n_i \cos \beta} = \frac{n \cos \alpha - \cos \beta}{n \cos \alpha + \cos \beta} = \frac{n \cos \alpha - \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n \cos \alpha + \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{n^2 \cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

Protože $\sin \alpha_m = \frac{n_t}{n_i} = n \Rightarrow$ bude pro $\alpha > \alpha_m$ $\sin \alpha > n$

a jak r_{\perp} tak i r_{\parallel} budou komplexní veličiny, tedy

$$r_{\perp} = \frac{\cos \alpha - i \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{\cos \alpha + i \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}} \quad \left(= \frac{z}{z^*} \right)$$

$$r_{\parallel} = \frac{n^2 \cos \alpha - i \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2 \cos \alpha + i \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}$$

Bez ohledu na to ale $r_{\perp} r_{\perp}^* = r_{\parallel} r_{\parallel}^* = 1$ a $R = 1$, což znamená, že $I_r = I_i$ a $I_t = 0$.

Ačkoli musí existovat transmitovaná vlna, nemůže (v průměru) přenášet energii přes rozhraní.

Pole prošlé vlny můžeme vyjádřit jako

$$\vec{E}^t = \vec{E}^{0t} e^{i(\omega t - \vec{k}_t \vec{r})},$$

kde $\vec{k}_t \vec{r} = k_{tx} x + k_{tz} z$ (\vec{k}_t leží v rovině dopadu (xz), tedy $k_{ty} = 0$)

Ale $k_{tx} = k_t \sin \beta = \frac{k_t}{n} \sin \alpha$,

a $k_{tz} = k_t \cos \beta = \pm k_t \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}$ (s užitím zákona lomu)

což v případě $\alpha > \alpha_m$, který řešíme, bude

$$k_{tz} = \pm i k_t \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1} \equiv \pm i \gamma$$

Transmitovanou vlnu si tedy můžeme vyjádřit v následujícím tvaru

$$\vec{E}^t = \vec{E}^{0t} e^{i\left(\omega t - \frac{k_t x}{n} \sin \alpha \pm i \gamma z\right)} = \vec{E}^{0t} e^{\mp \gamma z} e^{i\left(\omega t - \frac{k_t x}{n} \sin \alpha\right)}$$

Zanedbáme-li kladné znaménko, které nemá fyzikální význam, dostáváme vlnu, která se šíří podél rozhraní ve směru osy x a jejíž amplituda exponenciálně klesá s hloubkou průniku z do opticky řidšího prostředí – tzv. **evanescentní vlna**. Roviny konstantní fáze jsou rovnoběžné s rovinou (yz) a jedná se o vlnu nehomogenní (její amplituda rychle klesá s hloubkou průniku a stává se zanedbatelnou na vzdálenosti několika vlnových délek).

Energetický pohled je složitější, ale v každém případě je střední tok energie přes rozhraní nulový.

Zastavme se ještě u problému fáze při totálním odrazu. Amplitudové koeficienty odrazivosti představují poměr dvou amplitud (fázorů). Jsou-li tyto veličiny v případě totálního odrazu komplexní, neznamená to nic jiného než změnu fáze o obecný úhel:

$$\frac{\hat{E}^r}{\hat{E}^i} = e^{-i\varphi} = \frac{e^{-i\vartheta}}{e^{i\vartheta}}, \text{ kde } \varphi = 2\vartheta$$

Potom
$$r_{\perp} = \frac{\cos \alpha - i\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{\cos \alpha + i\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}} = \frac{e^{-i\vartheta_{\perp}}}{e^{i\vartheta_{\perp}}}$$

a odtud
$$e^{i\vartheta_{\perp}} = \cos \alpha + i\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}$$

a poměr reálné a imaginární části dává
$$\frac{\text{Im}(e^{i\vartheta_{\perp}})}{\text{Re}(e^{i\vartheta_{\perp}})} \equiv \text{tg } \vartheta_{\perp} = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{\cos \alpha}$$

a analogicky
$$r_{\parallel} = \frac{n^2 \cos \alpha - i\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2 \cos \alpha + i\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}} = \frac{e^{-i\vartheta_{\parallel}}}{e^{i\vartheta_{\parallel}}}$$

a odtud
$$\frac{\text{Im}(e^{i\vartheta_{\parallel}})}{\text{Re}(e^{i\vartheta_{\parallel}})} \equiv \text{tg } \vartheta_{\parallel} = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{n^2 \cos \alpha} = \frac{\text{tg } \vartheta_{\perp}}{n^2}$$

Po úplném odrazu jsou \perp a \parallel složka navzájem fázově posunuty o úhel

$$\Delta = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp} = 2(\vartheta_{\parallel} - \vartheta_{\perp})$$

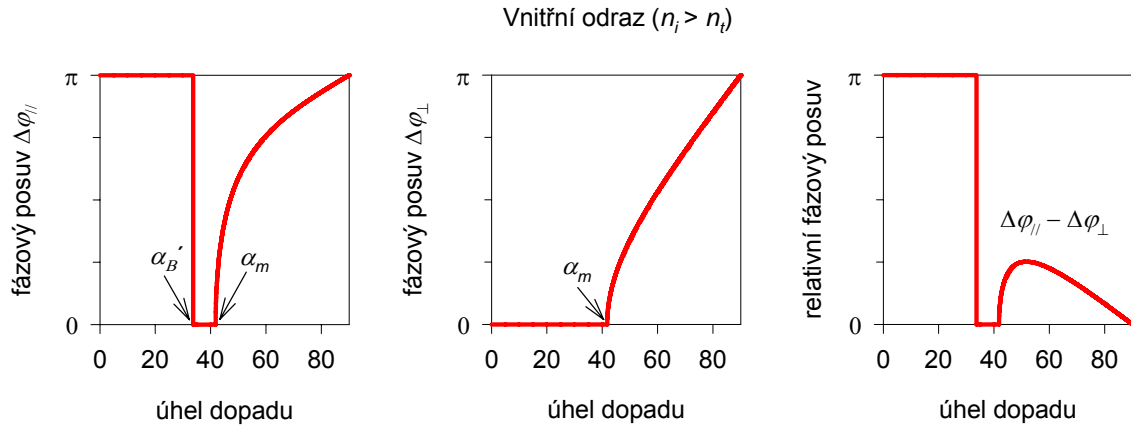
kde
$$\text{tg } \frac{\Delta}{2} = \text{tg}(\vartheta_{\parallel} - \vartheta_{\perp}) = \frac{\text{tg } \vartheta_{\parallel} - \text{tg } \vartheta_{\perp}}{1 + \text{tg } \vartheta_{\parallel} \text{tg } \vartheta_{\perp}} = \frac{(1 - n^2) \text{tg } \vartheta_{\parallel}}{1 + n^2 \text{tg}^2 \vartheta_{\parallel}}$$

a po úpravě
$$\text{tg } \frac{\Delta}{2} = \frac{\cos \alpha \sqrt{\sin^2 \alpha - n^2}}{\sin^2 \alpha}$$

Zřejmě pro $\alpha = \alpha_m$ bude $\text{tg } \frac{\Delta}{2} = 0$

a pro $\alpha = 90^\circ$ bude rovněž $\text{tg } \frac{\Delta}{2} = 0$

Průběh fázových posunů \perp a \parallel složky v případě vnitřního odrazu je na obr. Fr-12.



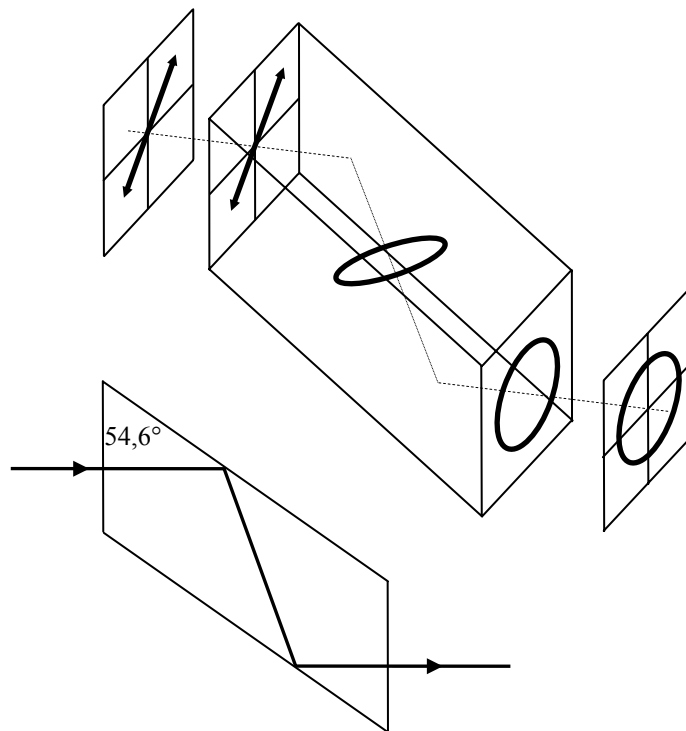
Obr. Fr-12. Fázové posuvy kolmé a rovnoběžné složky pole \vec{E} pro vnitřní odraz na rozhraní sklo-vzduch.

Využití – **Fresnelův hranol**, který využívá fázového posuvu $\Delta = \frac{\pi}{4}$ mezi $E_{||}^r$ a E_{\perp}^r při

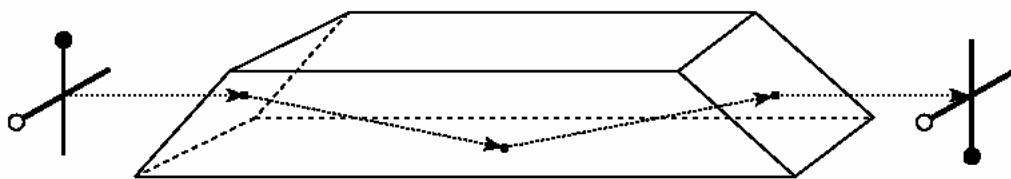
jednom odrazu (z obr. Fr-12 je vidět, že takový úhel existuje) ; dva odrazy $\Rightarrow \Delta = \frac{\pi}{2}$

Fresnelův hranol je používán jako achromatický retardér - čtvrtvlnová $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ destička

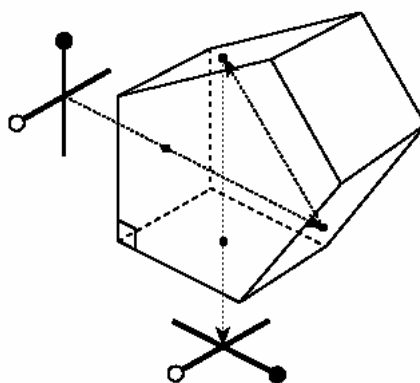
výhoda - retardace v širokém intervalu vlnových délek (na rozdíl od čtvrtvlnové destičky, která je silně chromatická).



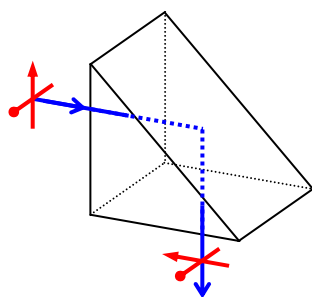
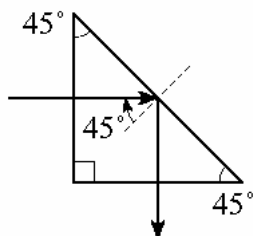
Obr. Fr-13. Fresnelův hranol.



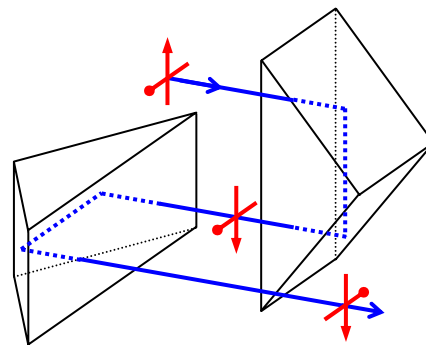
Obr. Fr-14. Doveův hranol využívající totální odraz.



Obr. Fr-15. Pentagonální hranol užívaný v jednookých zrcadlovkách. Zde ovšem odrazné stěny musí být pokoveny, neboť podmínka totálního odrazu není splněna.



Obr. Fr-16. Pravoúhlý hranol.



Obr. Fr-17. Dvojitý Porroův hranol užívaný v triedrech.