

NOFY010

Proseminář z optiky

12.10.2023

Záření Hertzova dipólu

Zdroje záření

Lidské oko



FACULTY
OF MATHEMATICS
AND PHYSICS
Charles University

Základní informace

Stránka s poznámkami:

fu.mff.cuni.cz → Oddělení optoelektroniky a magnetoptiky → Ke stažení

<http://fu.mff.cuni.cz/semicond/people/downloads/>

Zdroje pro proseminář:

- Skripta: <http://fu.mff.cuni.cz/semicond/people/downloads/>
- Born, Wolf – Principles of Optics
- Haliday – Fyzika – Kapitoly 34-37
- <https://optics.byu.edu/textbook>

Témata studentských prezentací

1. Optické filtry
Absorpční, interferenční, dichroický, materiály
2. Optické vady
Koma, astigmatismus, aberace, zkreslení, barevná vada
3. Bílá LED a detekce pomocí CCD
Princip LED, typy, teplota, Bayerova maska, CCD
7.12.2023 - Janda, Votava
4. Optická vlákna a využití ke komunikaci
Typy opt. vláken, solarizace, telekomunikace
7.12.2023 - Jelínek, Vrt'o
5. 3D projekce
Aktivní, pasivní, anaglyf
14.12.2023
6. Negativní index lomu
Metamateriály, vlastnosti, použití
14.12.2023 - Hudenko, Kočan
7. LIGO a LISA – využití světla k detekci gravitačních vln
Michelsonův interferometr, přesnost
14.12.2023 - Pijáček, Szalai
8. Holografie jako bezpečnostní prvek
9. Nobelova cena za fyziku 2018

Řešení vlnové rovnice

Vycházíme z Maxwellových rovnic

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \mathbf{j} \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho \end{aligned}$$

Ze kterých odvodíme vlnovou rovnici pro homogenní, izotropní, nevodivé prostředí

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

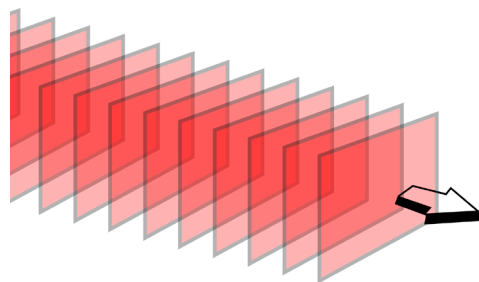
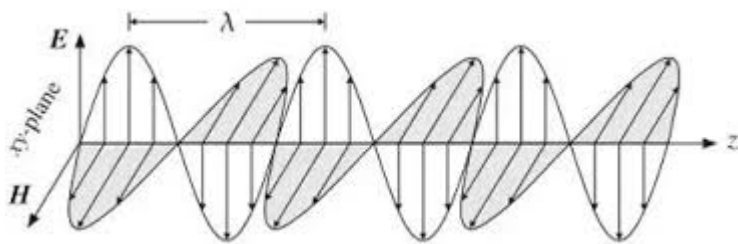
Řešení vlnové rovnice

Elektromagnetické záření musí splňovat Maxwellovy rovnice:
jsou to vektorové rovnice, výsledné řešení musí být ve tvaru vektoru

Jedním z řešení je rovinná vlna

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) = \text{Re}(E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)})$$

Kde vlnoplochy jsou roviny v závislosti na čase a prostoru



Sférická vlna

Existuje skalární aproximace

závislost pouze na vzdálenosti r od počátku a ne na úhlech báze
převod do sférických souřadnic

$$\Delta E(r, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(r, t)}{\partial t^2} = 0$$

Řešením je skalární, sféricky symetrická vlna se středem v $r = 0$

$$E(r, t) = \frac{A}{r} \cos(kr - \omega t) = \operatorname{Re} \left(\frac{A}{r} e^{i(kr - \omega t)} \right)$$

Intermezzo

Diferenciální operátory ve sférických souřadnicích:

Gradient

$$\frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

Divergence

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

Rotace

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \det \begin{vmatrix} \hat{r} & r \hat{\theta} & r \sin \theta \hat{\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & r A_\theta & r \sin \theta A_\varphi \end{vmatrix}$$

Intermezzo

Diferenciální operátory ve sférických souřadnicích:

Gradient

$$\frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

Divergence

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

Rotace

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\varphi) - \frac{\partial}{\partial \varphi} A_\theta \right) \hat{r} + \\ & \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right) \hat{\theta} + \\ & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} A_r \right) \hat{\varphi} \end{aligned}$$

Intermezzo

Diferenciální operátory ve sférických souřadnicích:

Laplace

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$$

Nebo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r f) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$$

Sférická vlna

Existuje kulová vlna?

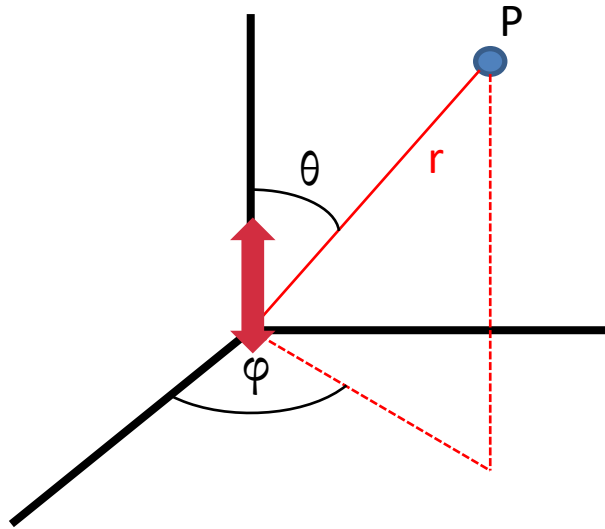
- NE! Je to řešení pomocí apromixace. Kulová symetrie není slučitelná s vektorovým charakterem polí v celém prostoru.
- Nicméně, v omezeném prostoru ji můžeme použít.
- Bývá pak doplněna o parabolickou aproximaci.

Lepší aproximace (ve smyslu přesnější pro popis reality) je jednoduchý zdroj záření pomocí proudu → Ideální Hertzův dipól

Ideální Hertzův dipól

Oscilující náboje na trajektorii úsečky

Urychlený a zpomalený náboj vyvolá elektromagnetické vlnění



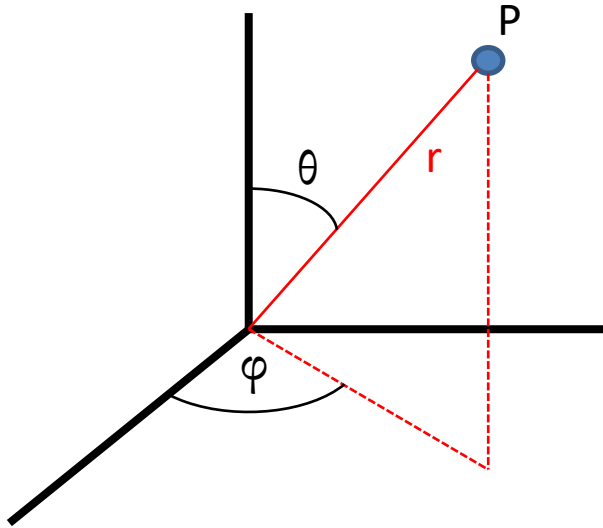
Jak bude vypadat vektor elektrické intenzity a magnetické indukce v daném bodě P?

Přechod do sférických souřadnic

Ideální Hertzův dipól

Co potřebujeme zjistit?

Vektorový potenciál podél osy dipólu



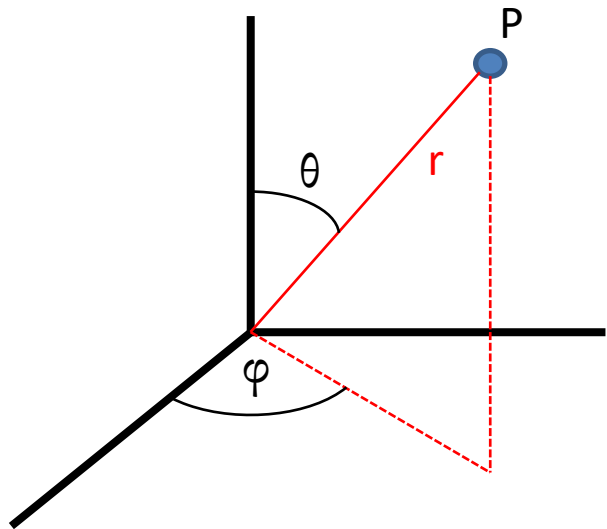
Předpoklad: proud má komponentu pouze v ose z

→ vektorový potenciál bude mít také pouze komponentu z

Ideální Hertzův dipól

Co potřebujeme zjistit?

Vektorový potenciál podél osy dipólu



Předpoklad: proud má komponentu pouze v ose z

→ vektorový potenciál bude mít také pouze komponentu z

ve sférických souřadnicích $A = \begin{pmatrix} A_z \cos \theta \\ -A_z \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}$

Intermezzo

Diferenciální operátory ve sférických souřadnicích:

Gradient

$$\frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

Divergence

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

Rotace

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\varphi) - \frac{\partial}{\partial \varphi} A_\theta \right) \hat{r} + \\ & \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right) \hat{\theta} + \\ & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} A_r \right) \hat{\varphi} \end{aligned}$$

Ideální Hertzův dipól

Výpočet složek E a B

$$\mathbf{H} = \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} ik \left(1 + \frac{1}{ikr} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = i\omega\varepsilon \mathbf{E}$$

Ideální Hertzův dipól

Výpočet složek E a B

$$\mathbf{H} = \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} ik \left(1 + \frac{1}{ikr} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\mathbf{E} = \frac{I_0 \Delta z}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\frac{1}{r} - \frac{i}{kr^2} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \cos \theta \cdot \hat{\mathbf{r}} + \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} i\omega\mu \left(1 + \frac{1}{ikr} - \frac{1}{k^2 r^2} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

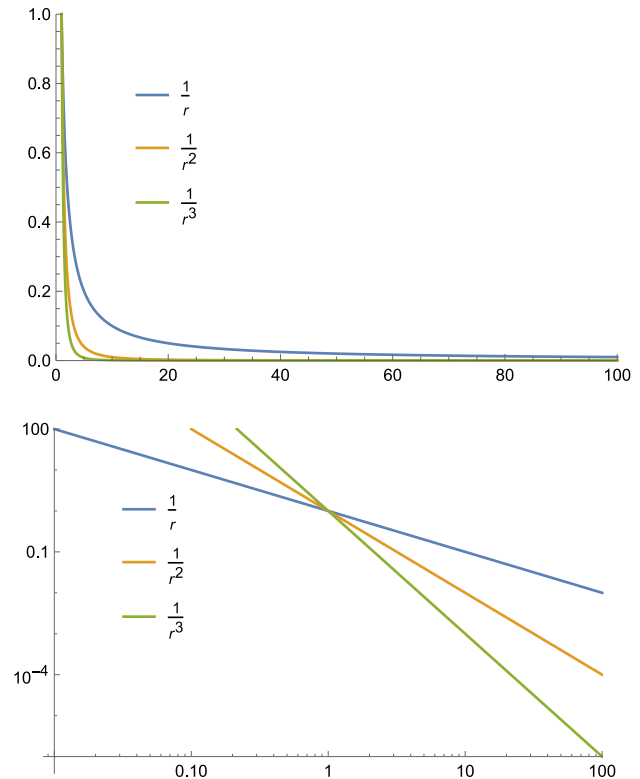
Ideální Hertzův dipól

$$\mathbf{H} = \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} ik \left(1 + \frac{1}{ikr} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\mathbf{E} = \frac{I_0 \Delta z}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\frac{1}{r} - \frac{i}{kr^2} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \cos \theta \cdot \hat{\mathbf{r}}$$

$$+ \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} i\omega\mu \left(1 + \frac{1}{ikr} - \frac{1}{k^2 r^2} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

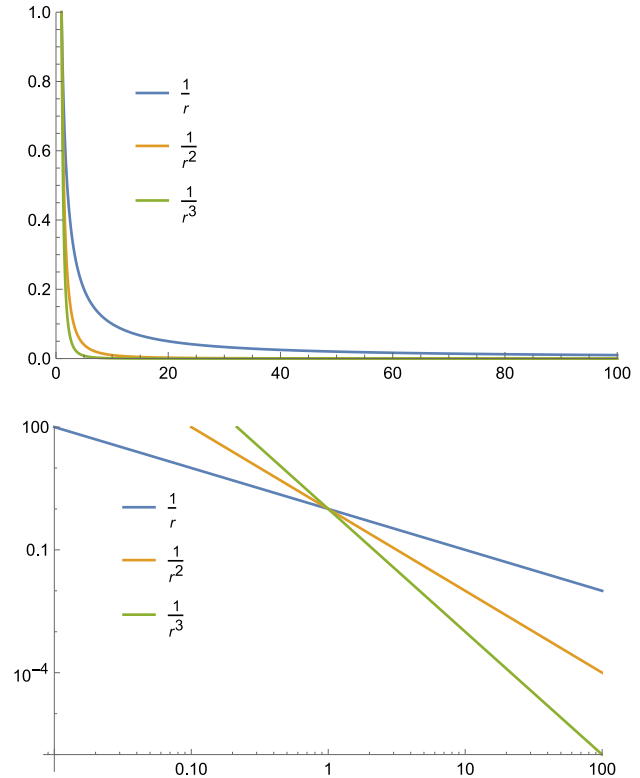
Pro $kr \gg 1$ jsou členy s mocninami v závorkách zanedbatelné



Ideální Hertzův dipól

Pro $kr \gg 1$ jsou členy s mocninami v závorkách zanedbatelné

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} ik \left(1 + \cancel{\frac{1}{ikr}} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \\ \mathbf{E} &= \frac{I_0 \Delta z}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\cancel{\frac{1}{r}} - \cancel{\frac{i}{kr^2}} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \cos \theta \cdot \hat{\mathbf{r}} \\ &+ \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} i\omega\mu \left(1 + \cancel{\frac{1}{ikr}} - \cancel{\frac{1}{k^2 r^2}} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}\end{aligned}$$



Ideální Hertzův dipól

Pro $kr \gg 1$ jsou členy s mocninami v závorkách zanedbatelné

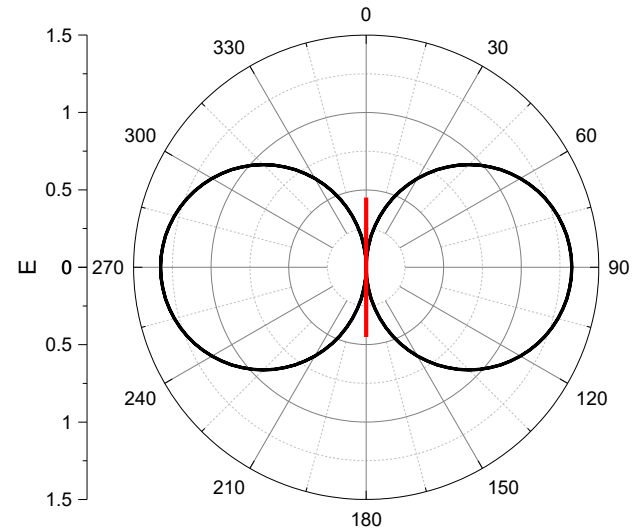
$$\mathbf{H} = \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} ik \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}$$

$$\mathbf{E} = \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} i\omega\mu \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

E není závislé v $\hat{r}$ $\rightarrow$ pouze závislé na $\hat{\boldsymbol{\theta}}$

Oblast dalekého pole, oblast záření

Složka elektrické intenzity E_θ

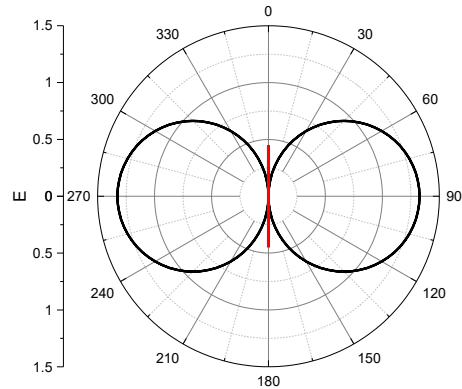


Ideální Hertzův dipól

Přenos energie?

Vyzařovací diagram: úhlové rozdělení veličin popisující vyzařování elmag. pole

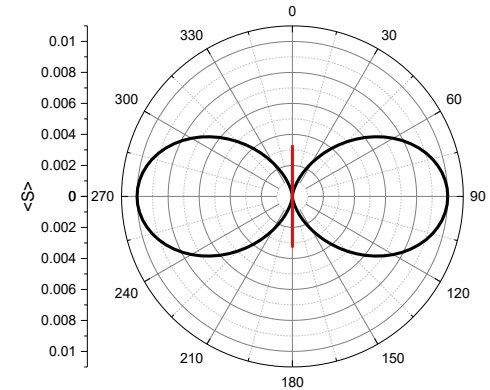
Složka elektrické intenzity E_θ



Výpočet Poyntingova vektoru
v dalekém poli

$$\langle S \rangle = \frac{I_0^2 (\Delta z)^2 \omega \mu_0 k \sin^2 \theta}{2(4\pi)^2 r^2} \cdot \hat{r}$$

Poyntingův vektor – šíření energie

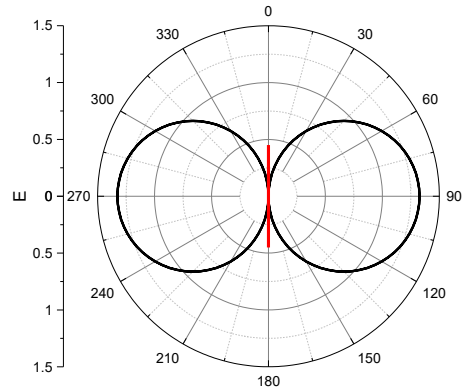


Ideální Hertzův dipól

Přenos energie?

Vyzařovací diagram: úhlové rozdělení veličin popisující vyzařování elmag. pole

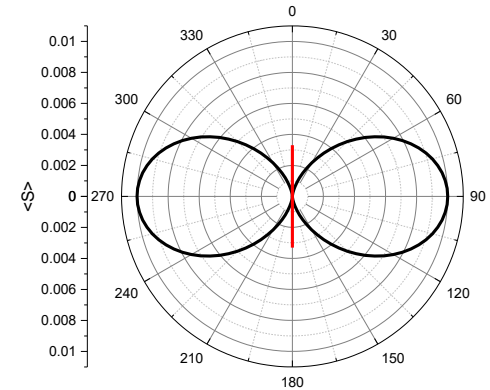
Složka elektrické intenzity E_θ



Dipol oscilující s frekvencí ω

$$\langle S \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2}{32\pi^2} \frac{\omega^4 \sin^2 \theta}{c r^2} \hat{r}$$

Poyntingův vektor – šíření energie



Ideální Hertzův dipól

Blízké pole?

Přiblížení blízkého pole: $kr \ll 1$

Členy s mocninami

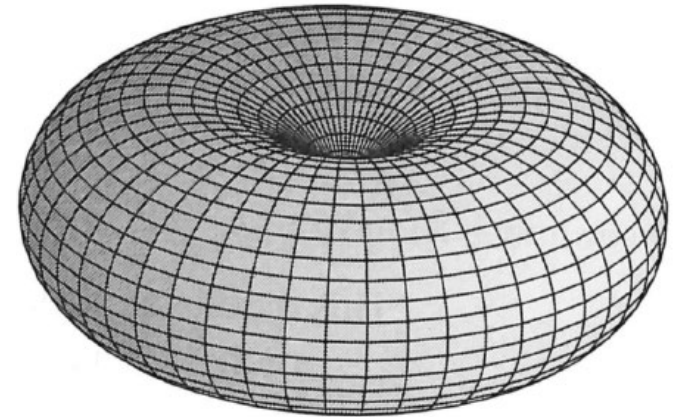
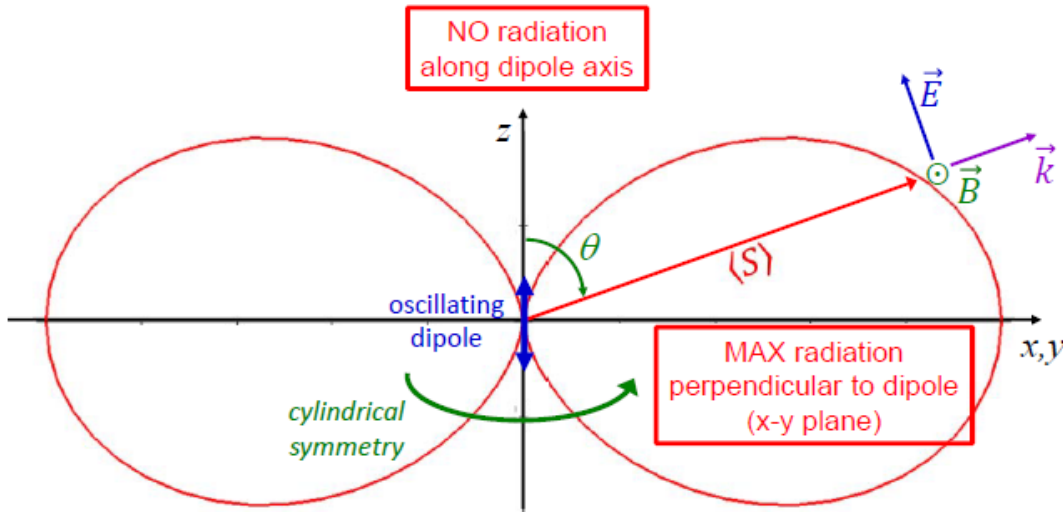
kr ve jmenovateli převládnu

Hranice asi ve 2% vlnové délky

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{nf} &= \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} i\omega\mu \left[\frac{1}{ikr} - \frac{1}{(kr)^2} \right] \frac{e^{-ikr}}{r} \sin \theta \hat{\theta} \\ &+ \frac{I_0 \Delta z \omega\mu}{2\pi k} \left[\frac{1}{r} - \frac{i}{kr^2} \right] \frac{e^{-ikr}}{r} \cos \theta \hat{r} \\ \mathbf{H}_{nf} &= \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{1}{r} \sin \theta \hat{\phi} \end{aligned}$$

Ideální Hertzův dipól

Vyzařovací diagram

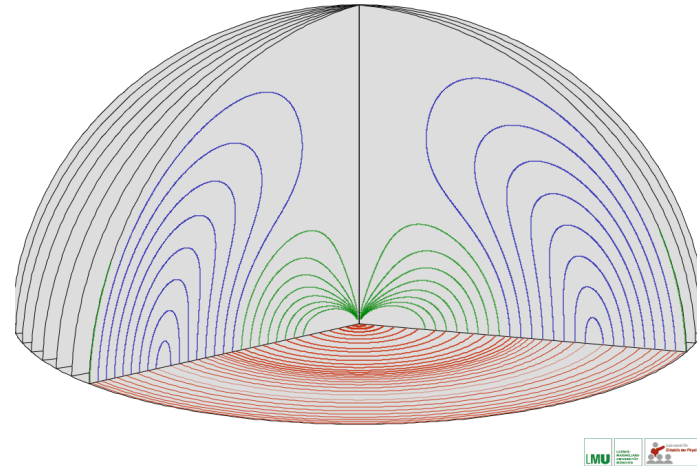
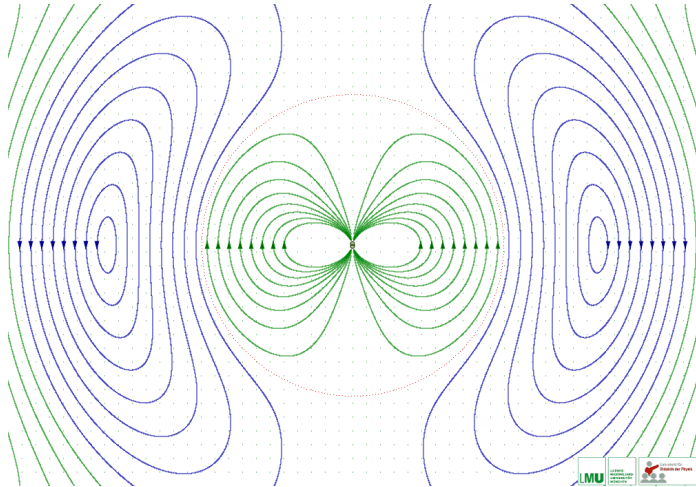


[Figure 11.4, *Introduction to Electrodynamics*, by D. Griffiths, 4th Ed.]

Ideální Hertzův dipól

Znázornění vyzařovacího diagramu:

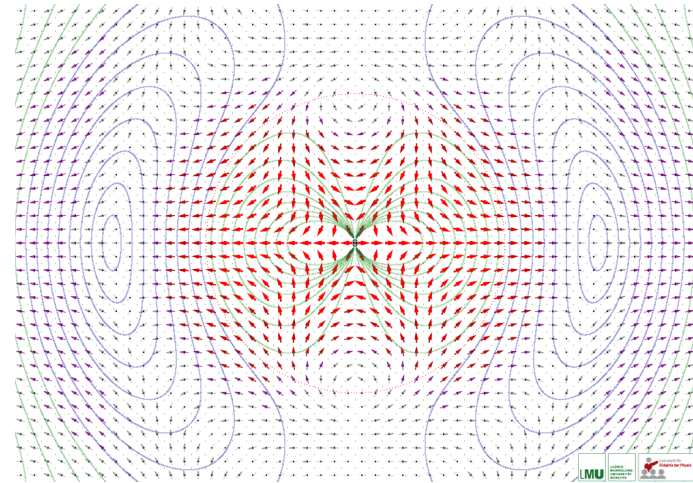
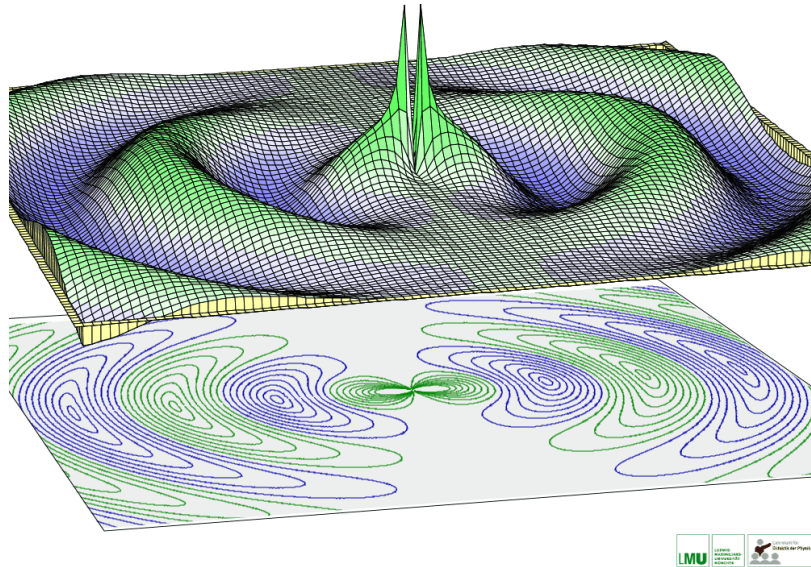
<http://www.didaktikonline.physik.uni-muenchen.de/programme/dipolstr/DipoleRadiation.html#>



Ideální Hertzův dipól

Znázornění vyzařovacího diagramu:

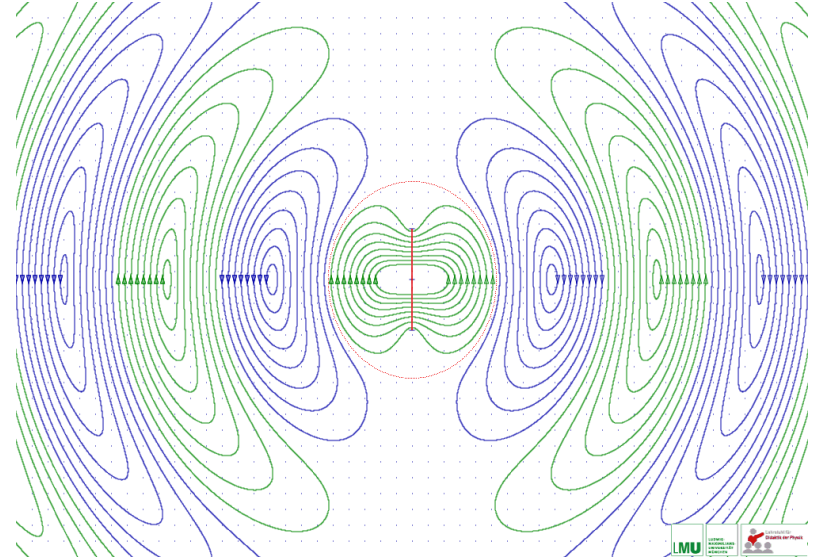
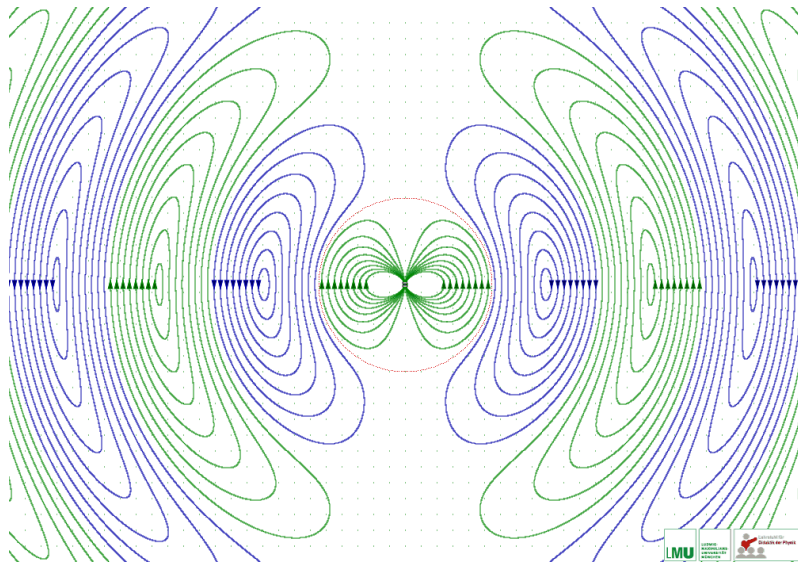
<http://www.didaktikonline.physik.uni-muenchen.de/programme/dipolstr/DipoleRadiation.html#>



Ideální Hertzův dipól

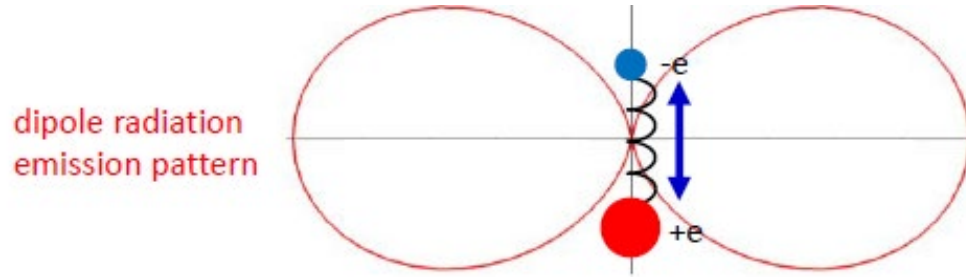
Znázornění vyzařovacího diagramu:

<http://www.didaktikonline.physik.uni-muenchen.de/programme/dipolstr/DipoleRadiation.html#>



Ideální Hertzův dipól

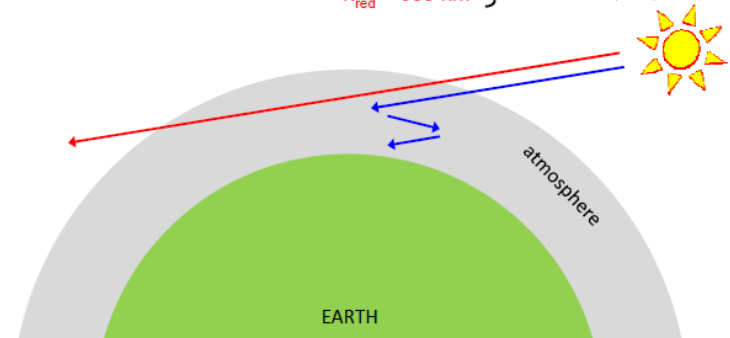
Excitovaný atom se chová jako elektrický dipól a vyzařuje záření



Závilost na $\omega^4 \Rightarrow \frac{1}{\lambda^4}$

→ rozptyl v atmosféře

$$Intensity \propto \omega^4 \propto \frac{1}{\lambda^4} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_{\text{blue}} = 450 \text{ nm} \\ \lambda_{\text{red}} = 650 \text{ nm} \end{array} \right\} \frac{I_{\text{blue}}}{I_{\text{red}}} = \left(\frac{650}{450} \right)^4 \approx 4.3$$

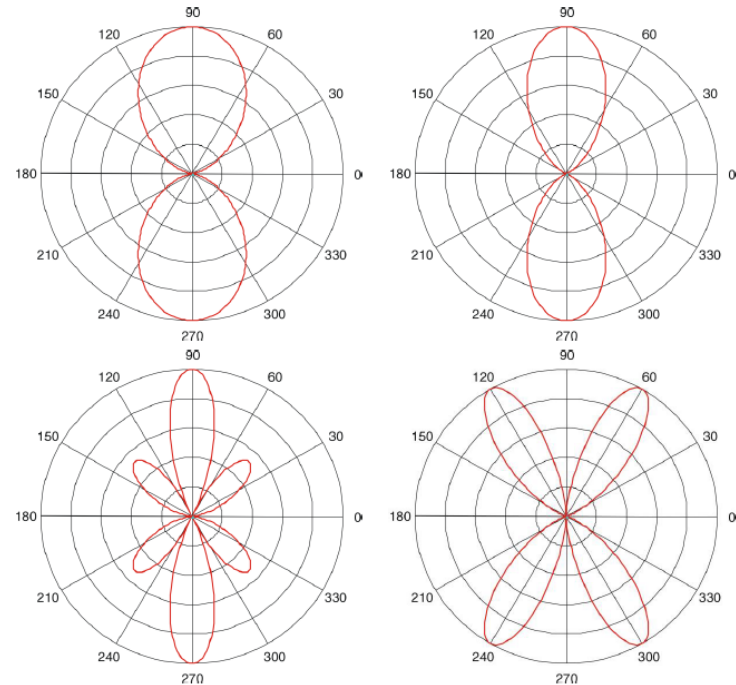


Ideální Hertzův dipól

Předpoklad byl malá délka dipólu:
při překročení délky $\lambda/2$
se začnou objevovat boční
laloky

Označení tedy $\lambda/2$ nebo $\lambda/4$
antény

Můžeme zavést funkci záření
antény



Obr. 8.7 Směrové charakteristiky symetrického dipólu
 $l/\lambda = 0,25$ (vlevo nahoře), $l/\lambda = 0,50$ (vpravo nahoře)
 $l/\lambda = 0,70$ (vlevo dole), $l/\lambda = 1,00$ (vpravo dole).

NOFY010

Proseminář z optiky

12.10.2023

Záření Hertzova dipólu

Zdroje záření

Lidské oko



FACULTY
OF MATHEMATICS
AND PHYSICS
Charles University

Zdroje záření

Emise energie ve formě vlnění nebo částic – přenos energie

Ideální Hertzův dipól jako fyzikálně realizovatelný zdroj

$$E_{ff} = \frac{I_0 \Delta z}{4\pi} i\omega\mu \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot \sin\theta \hat{\theta}$$

Amplituda Faktor vzdálenosti Tvar vyzařování

Větší zdroje? ➔ součet Hertzových dipólů s různými parametry

Zdroje záření

Hlavní charakteristika:

- Vlnová délka, frekvence
- Tepelné zdroje (vyzařování černého tělesa)

VS

Luminiscenční

(bio-, chemo-, electro-, fluorescence, phosphorescence, etc.)

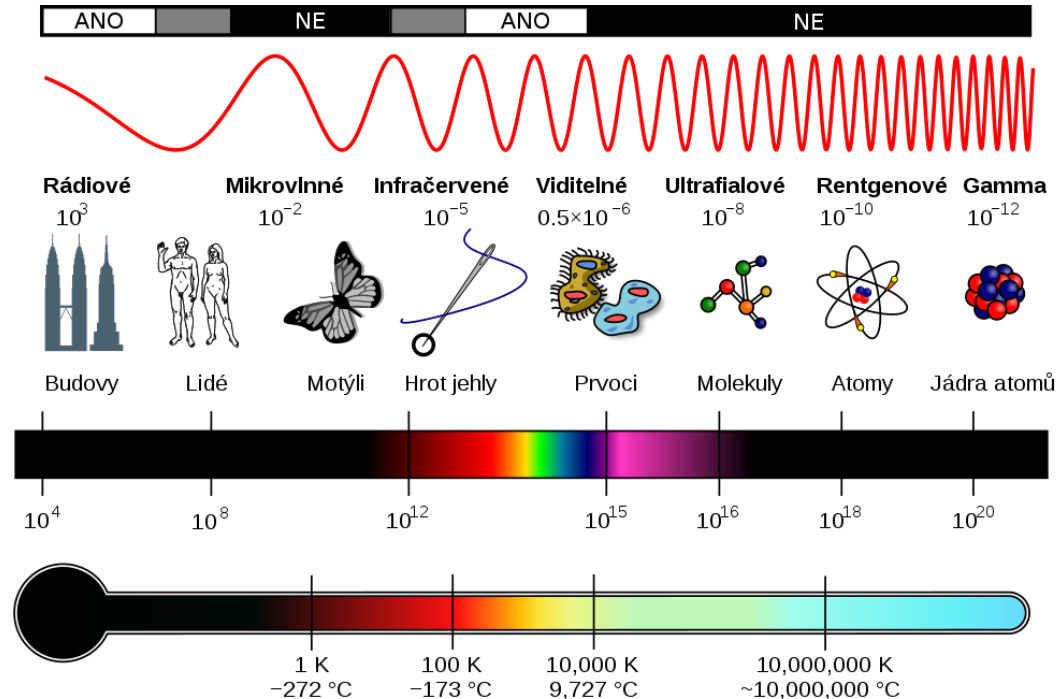
- Ionizující a neionizující

- Umělé a přírodní zdroje

Projde Atmosférou?

Druh záření
Vlnová délka (m)

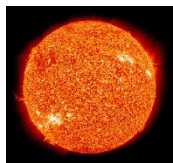
Frekvence (Hz)



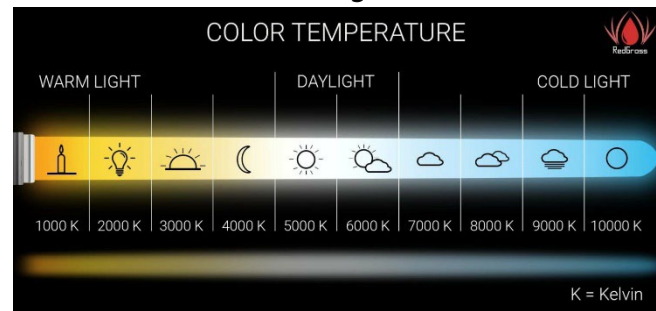
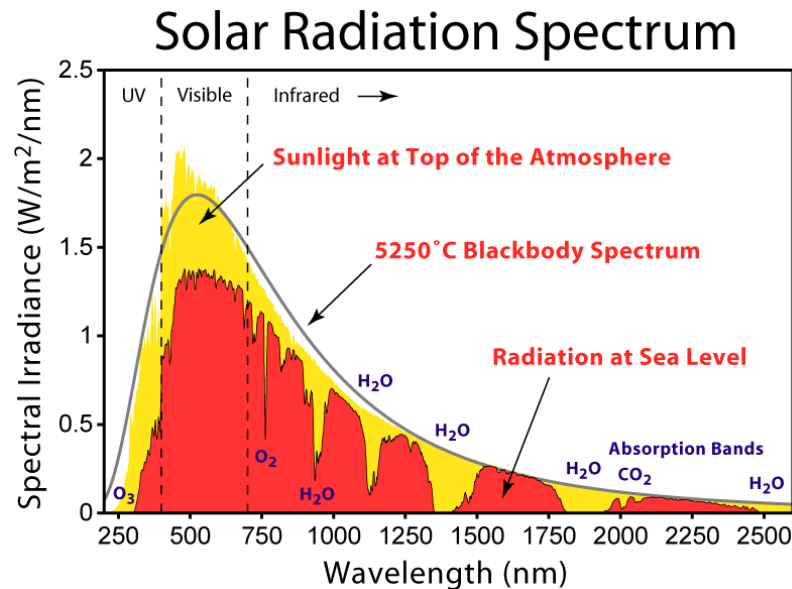
Zdroje záření

Přírodní zdroje:

Slunce a hvězdy (primární)
záření černého tělesa
Wienův posunovací zákon

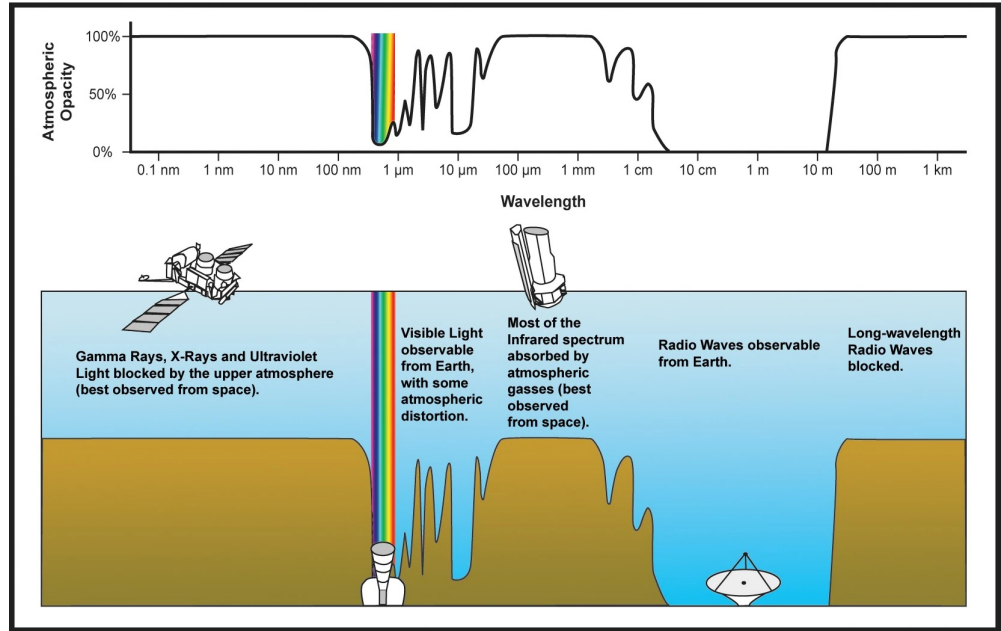


Měsíc a další satelity
odražené světlo, modifikace spektra



Zdroje záření

Přírodní zdroje: Cokoli, co má teplotu



Zdroje záření

Umělé zdroje:

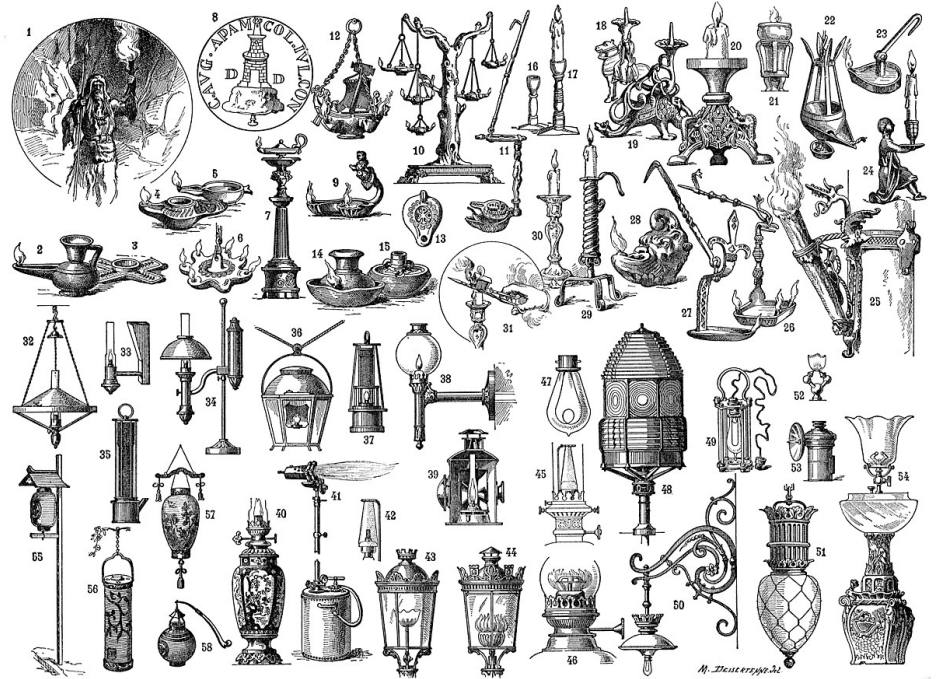
Před elektrifikací

Pravěk –	Oheň		
~ 3000 BC –	svíčka	včelí vosk, tuk	Egypt, Římská říše
	olejová lampa		
~ 1790	plynová lampa	uhelný, zemní plyn	

Umělé zdroje: „objev“ elektřiny

~ 1705	plynová výbojka	elektrický výboj ve zředěném plynu
~ 1800	oblouková lampa	proud elektronů ionizovaným prostředím ve vyšších tlacích
~ 1880	žárovka	žhavení drátu (filamentu), v prostředí plynu
~ 1960	halogenová výbojka	wolframový drát v plynu (jod nebo brom)

Zdroje záření



<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/ff/Eclairage.jpg>

Zdroje záření

LED (Light emitting diode)

Zařízení využívající elektroluminiscenci
v součástce s p-n přechodem

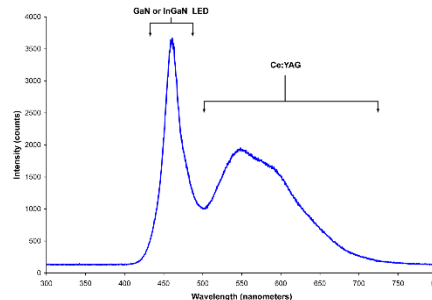
První LED ~ 1920 v Rusku

~ 1960 – vylepšení pro aplikace v domácnostech

2014 Nobelova cena (modrá LED)



By Tyler Nienhouse - RGB LED, CC BY-SA 2.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=7215843>



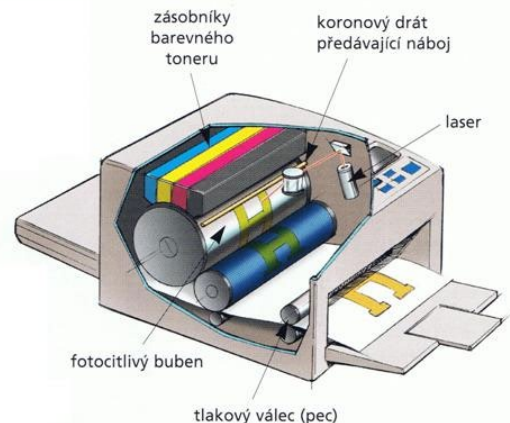
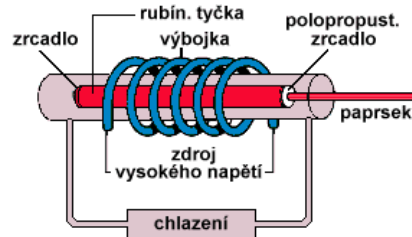
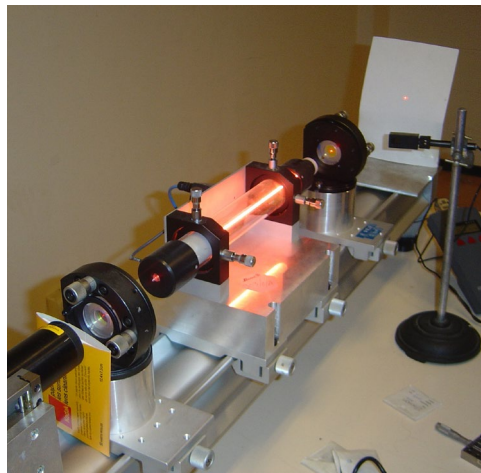
By Deglr6328, CC BY-SA 3.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3242448>

Zdroje záření

Umělé zdroje:

– LASERY

- Využití tzv. excitace a inverze populace (více v prosemináři)
- Úzké spektrum, záření tzv. koherentní a monochromatické
- Zdroj pro laboratorní účely – dynamika, přesné měření vzdálenosti atd.



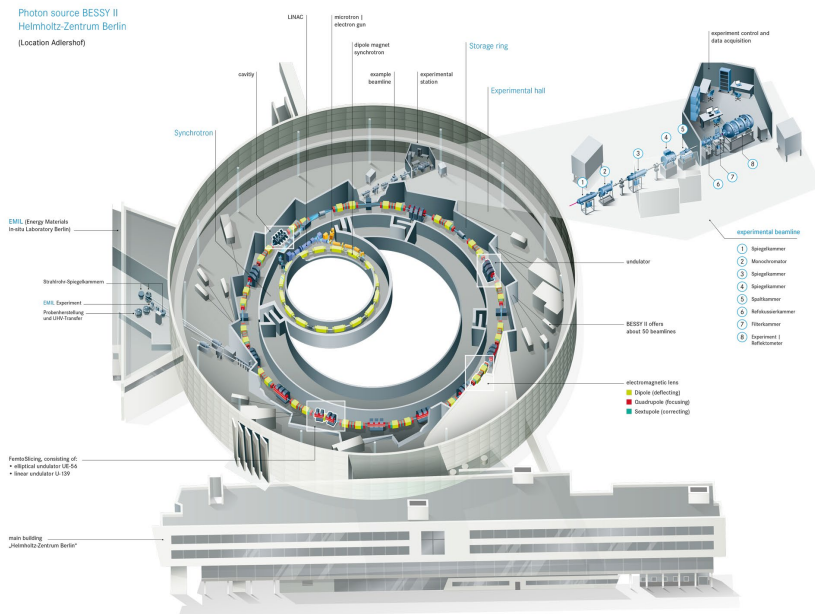
Zdroje záření

Ionizující záření:

- Záření α (jádra helia), β (urychlené elektrony nebo pozitrony) ,
 γ (vysokoenergetické záření)
- Rentgenové záření
- Neutronové záření

Zdroje:

- Radioizotopy – přírodní a umělé
- Urychlovače částic
– cyklotrony, synchrotrony
- Jaderný reaktor



NOFY010

Proseminář z optiky

12.10.2023

Záření Hertzova dipólu

Zdroje záření

Lidské oko



FACULTY
OF MATHEMATICS
AND PHYSICS
Charles University

Lidské oko

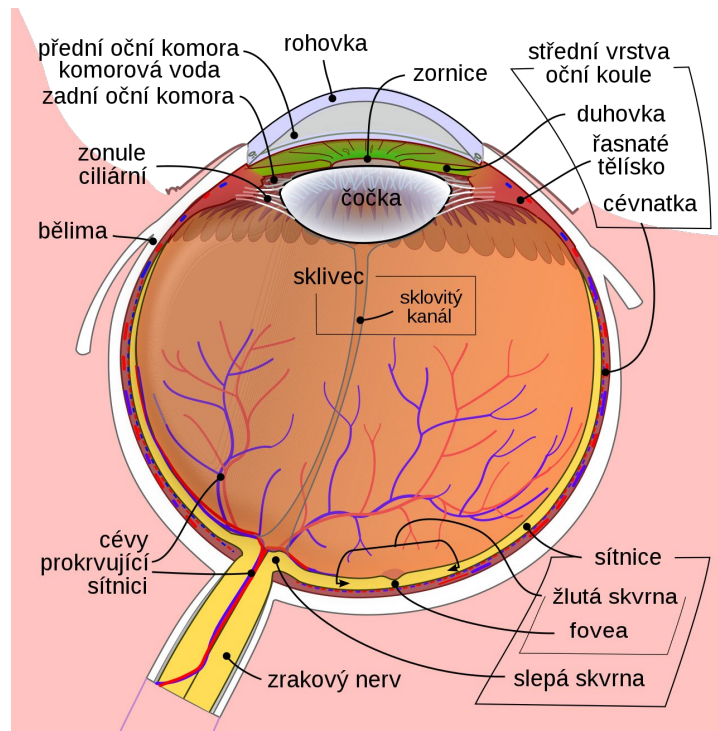
Nutnost detekce záření:

Evoluce lidského oka

Detekce na sítnici
intenzity a barev (tyčinky a čípky)

Slepá skvrna → Zrakový nerv

Ale jaktože můžeme pozorovat velmi
vzdálené předměty? – zobrazení na sítnici



Autor: Schematic diagram of the human eye en.svg: Rhcastilhos / derivative work: Tchoř (talk), Jmarchn. – Schematic diagram of the human eye en.svg, Volné dílo, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=7219151>

Lidské oko

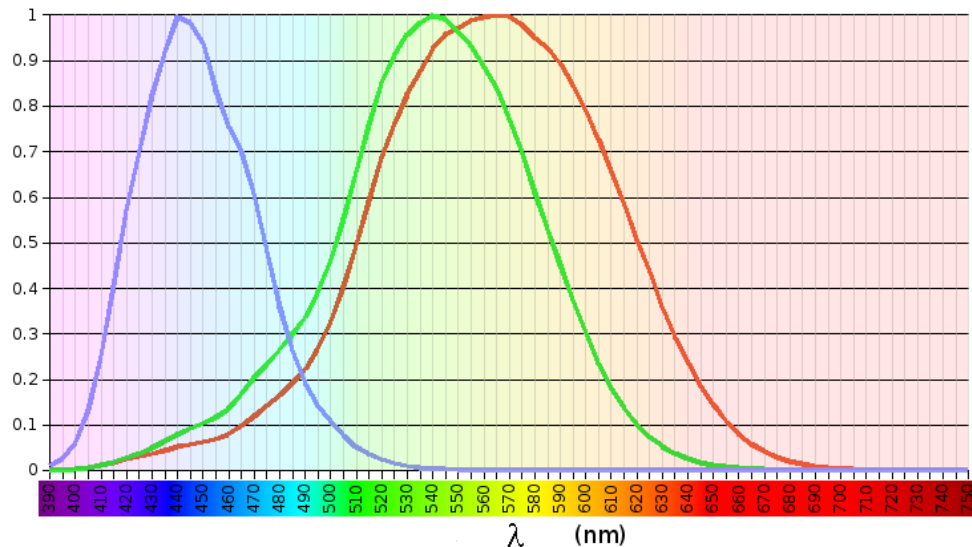
Nutnost detekce záření:

Evoluce lidského oka

Detekce na sítnici
intenzity a barev (tyčinky a čípky)

Slepá skvrna → Zrakový nerv

Ale jaktože můžeme pozorovat velmi
vzdálené předměty? – zobrazení na sítnici



Autor: derivative work: Pieter Kuiper
(talk)Spectrale_gevoeligheid_kegeltjes.png: Original uploader
was Koenb at nl.wikipedia –
Spectrale_gevoeligheid_kegeltjes.png, CC BY-SA 3.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5393369>

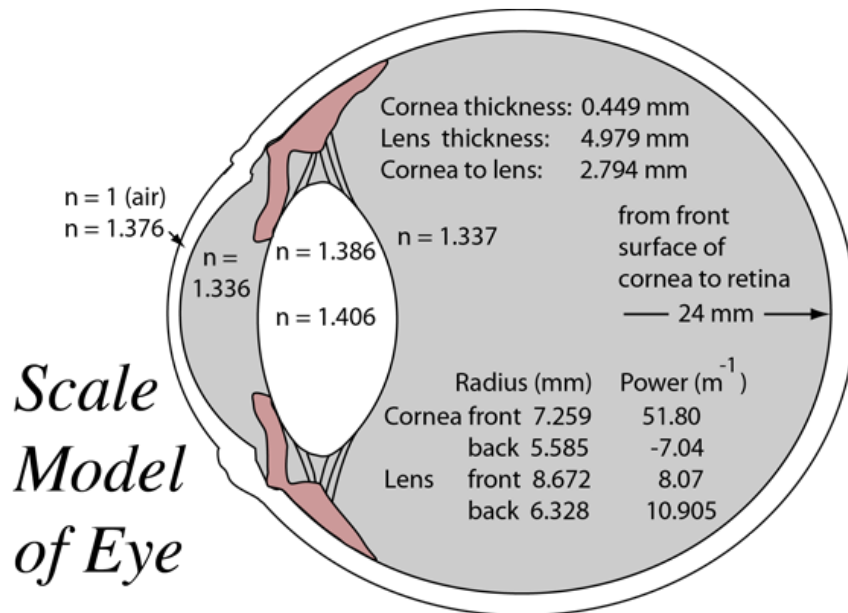
Lidské oko

Akomodace lidského oka: kolik dioptrií?

Velmi malé změny indexu lomu,
Ale velké zakřivení

Rovnice pro tlustou čočku

$$\frac{n_1}{f} = \frac{n_3}{f'} = \frac{n_1}{a} + \frac{n_3}{a'}$$

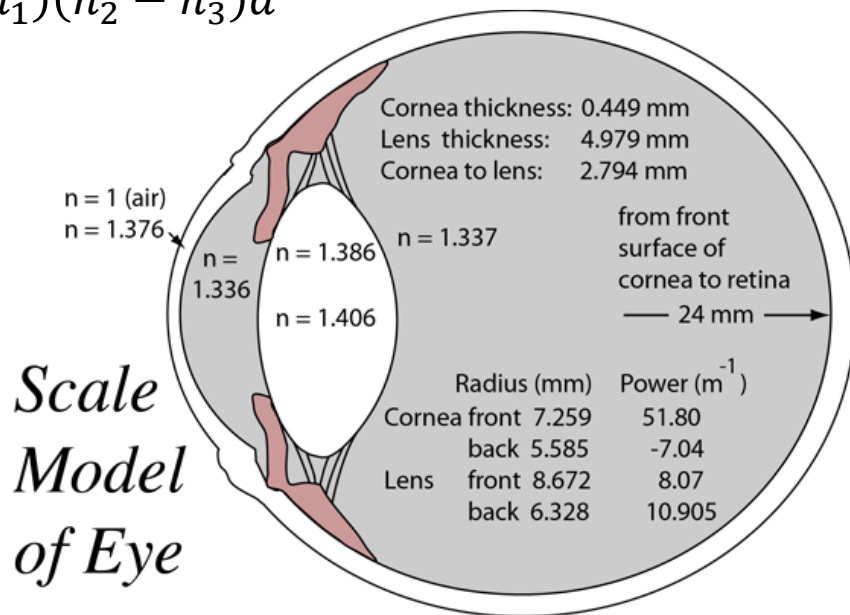


Lidské oko

Rovnice pro tlustou čočku

$$f = \frac{n_1 n_2 r_1 r_2}{(n_2 - n_1) n_2 r_2 - (n_2 - n_3) n_2 r_1 + (n_2 - n_1)(n_2 - n_3) d}$$

n1	1
n2	1.336
n3	1.406
r1	5.585
r2	7.759
d	0.449
f	14.49264
f'	20.37666



Lidské oko

Enormní zakřivení rohovky

Variabilní zakřivení čočky

