

Proseminář z Optiky

Difrakce II – Babinetův princip, difrakční obrazce

18.11.2021

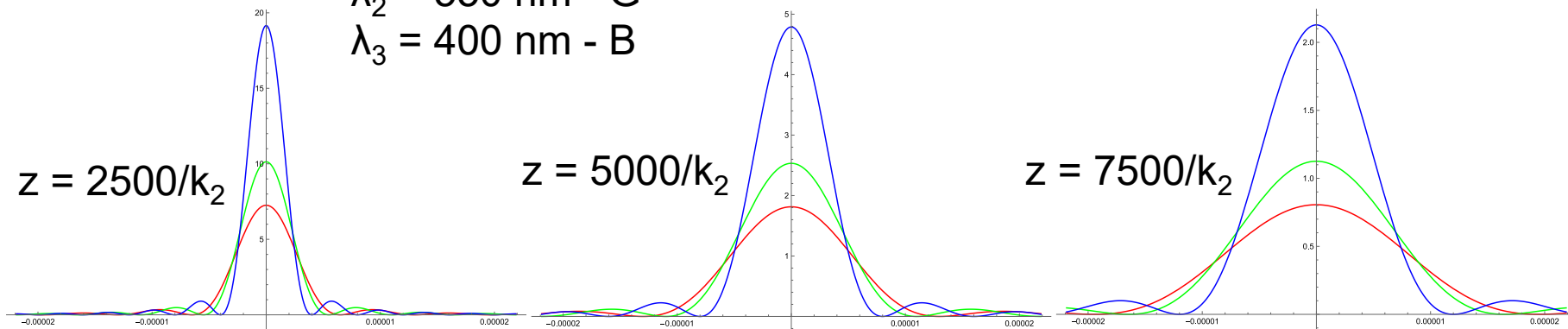


FACULTY
OF MATHEMATICS
AND PHYSICS
Charles University

Difrakční vzory – závislost na vlnové délce

$$E(\rho, z) = -\frac{2\pi i}{\lambda} \frac{e^{ikz}}{z} e^{\frac{ik\rho^2}{2z}} \int_0^R E(\rho', 0) e^{\frac{ik\rho'^2}{2z}} J_0\left(\frac{k\rho\rho'}{z}\right) \rho' d\rho'$$

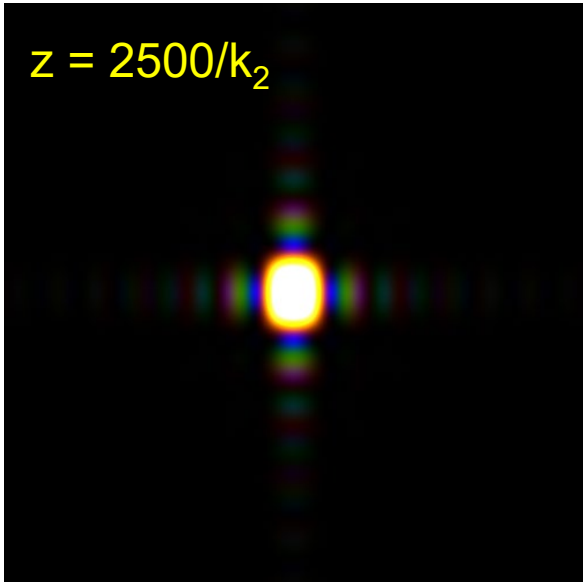
$\lambda_1 = 650 \text{ nm}$ - R
 $\lambda_2 = 550 \text{ nm}$ - G
 $\lambda_3 = 400 \text{ nm}$ - B



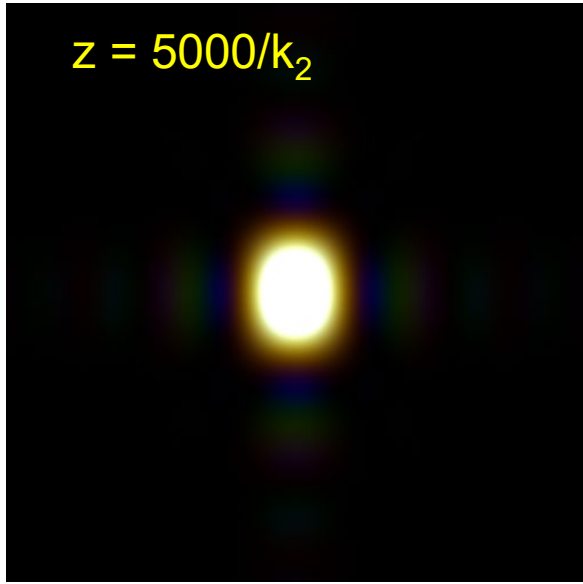
Difrakční vzory – závislost na vlnové délce

$\lambda_1 = 650 \text{ nm} - \text{R}$, $\lambda_2 = 550 \text{ nm} - \text{G}$, $\lambda_3 = 400 \text{ nm} - \text{B}$

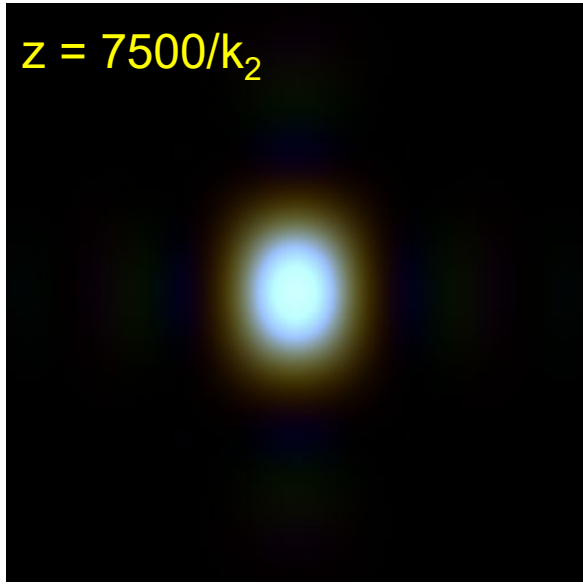
$z = 2500/k_2$

A diffraction pattern on a black background. It features a central bright spot with a yellow-orange core and a blue outer ring. This central spot is surrounded by a series of horizontal and vertical lines of decreasing intensity, creating a cross-like shape. The lines are colored with a rainbow gradient, with blue at the center and transitioning through green and yellow to red at the edges.

$z = 5000/k_2$

A diffraction pattern on a black background. It shows a central bright spot that is more circular and uniform in color (yellowish-white) than the first pattern. It is surrounded by a faint, diffuse halo of light, with some horizontal and vertical streaks still visible but less pronounced.

$z = 7500/k_2$

A diffraction pattern on a black background. It consists of a central bright spot that is predominantly blue with a yellowish-white core. The pattern is much smoother and more circular than the previous two, with the surrounding light being more diffuse and less structured.

Difrakční vzory – závislost na vlnové délce

$\lambda_1 = 650 \text{ nm} - \text{R}$, $\lambda_2 = 550 \text{ nm} - \text{G}$, $\lambda_3 = 400 \text{ nm} - \text{B}$

$z = 2500/k_2$

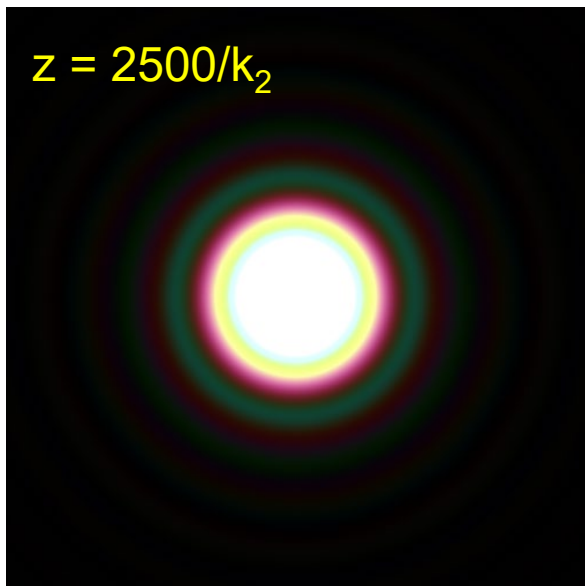
$z = 5000/k_2$

$z = 7500/k_2$

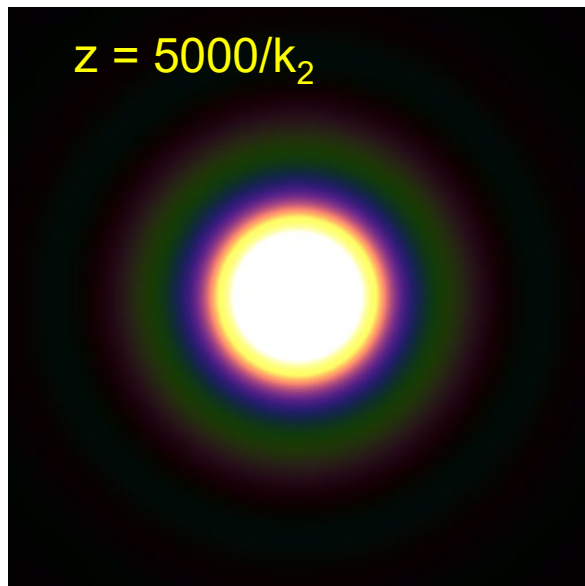
Difrakční vzory – závislost na vlnové délce

$\lambda_1 = 650 \text{ nm} - \text{R}$, $\lambda_2 = 550 \text{ nm} - \text{G}$, $\lambda_3 = 400 \text{ nm} - \text{B}$

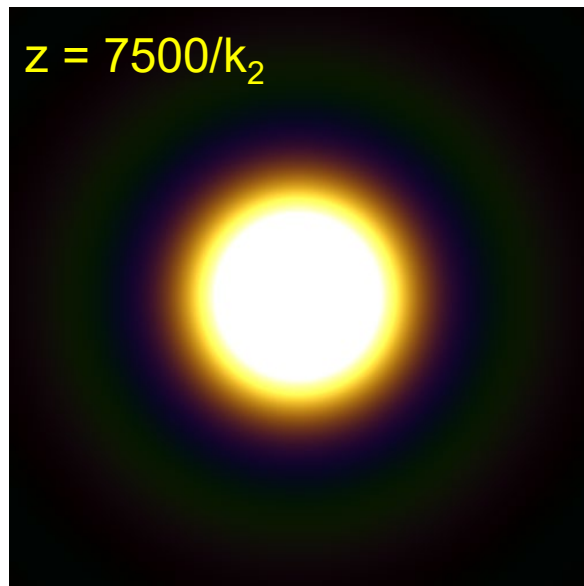
$z = 2500/k_2$



$z = 5000/k_2$



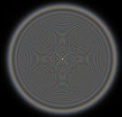
$z = 7500/k_2$



Difrakční vzory – závislost na vlnové délce

Disk $D=200/k_2$, $\lambda_1 = 650 \text{ nm} - \text{R}$, $\lambda_2 = 550 \text{ nm} - \text{G}$, $\lambda_3 = 400 \text{ nm} - \text{B}$

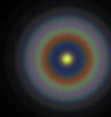
$z = 20/k_2$



$z = 100/k_2$



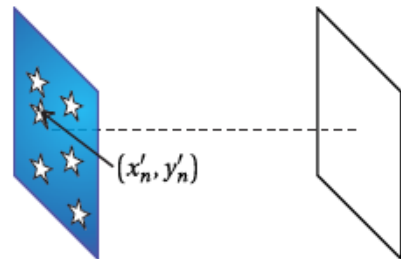
$z = 500/k_2$



Interference na N šterbinách

Pro více apertur

$$E(x', y', 0) = \sum_{n=1}^N E_{aperture}(x' - x'_n, y' - y'_n, 0)$$



Ve Fraunhoferově aproximace

$$E(x, y, z) = -i \frac{e^{ikz} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)}}{\lambda z} \sum_{n=1}^N \iint_{-\infty}^{\infty} E_{ap}(x' - x'_n, y' - y'_n, 0) e^{-i\frac{k}{z}(xx' + yy')} da$$

Po přeznačení

$$E(x, y, z) = \left[\sum_{n=1}^N e^{\frac{ik}{z}(xx'_n + yy'_n)} \right] \cdot \left[-i \frac{e^{ikz} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)}}{\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} E_{ap}(x'', y'', 0) e^{-i\frac{k}{z}(xx'' + yy'')} da \right]$$

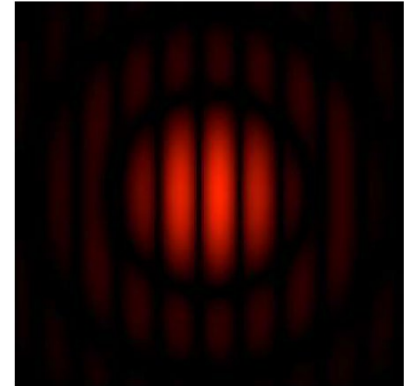
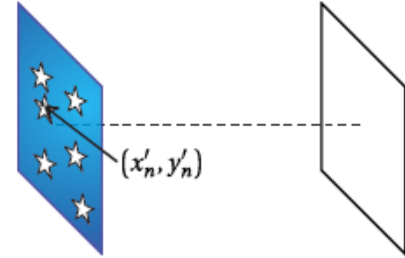
Interference na N šterbinách

Pole pro více šterbin se skládá z Fraunhoferova obrazce jedné apertury a sumačního členu

→ příklad: dvě identické kruhové šterbiny vzdálené o h v ose x

Pole na N identických apertur v ose y vzdálených o h

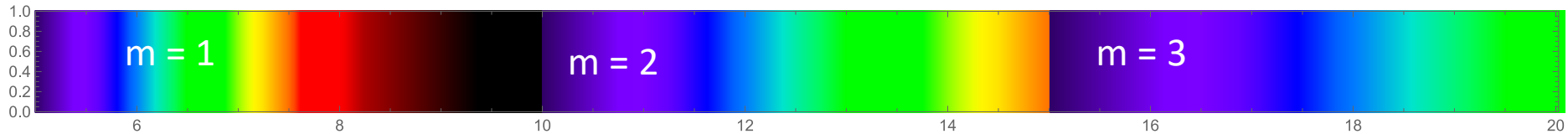
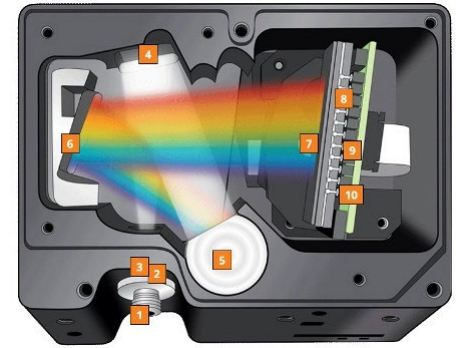
$$I(x, 0, z) \cong I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{Nkh}{2z}x\right)}{N \sin\left(\frac{kh}{2z}x\right)} \right)^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{ka}{2z}x\right)}{\frac{ka}{2z}x} \right)^2$$



Spektrometry

Rozklad světla pomocí difrakčního hranolu nebo mřížky

$$\frac{x}{z} = \sin \theta_m = \frac{m\lambda}{h}$$



Spojité spektrum + vyšší řady – překryvy spekter

Nastavení parametrů mřížky pro účely spektrometru (počet štěrbin a velikost)

Rozlišení spektrometru

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm}$$

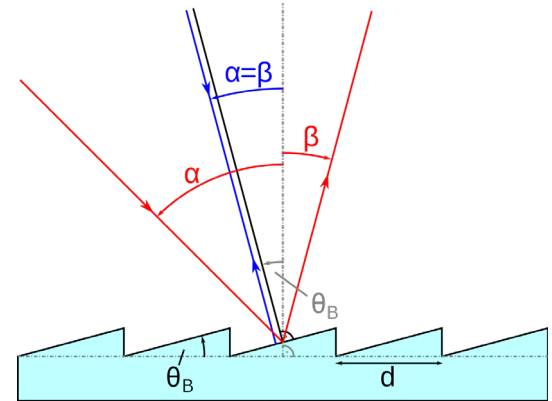
Blazeované mřížky

Optimalizovaná mřížka pro jeden difrakční řád – soustředění intenzity mimo nultý řád difrakce (podmínka pro jednu vlnovou délku)

$$d (\sin \alpha + \sin \beta) = m \lambda$$

Konfigurace Littrow – úhel dopadu = difrakční úhel

$$\theta_B = \arcsin \frac{m\lambda}{2d}$$



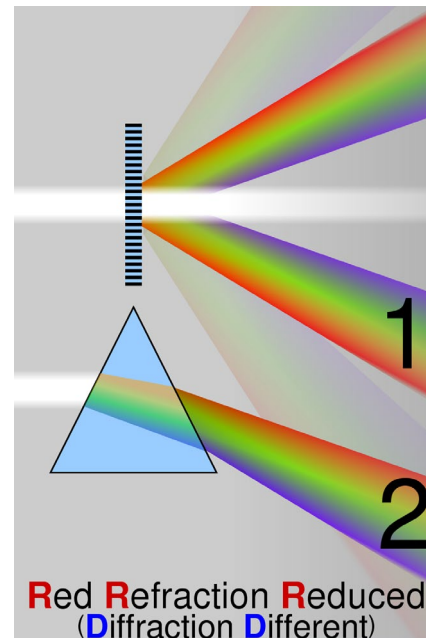
Blazeované mřížky

Optimalizovaná mřížka pro jeden difrakční řád – soustředění intenzity mimo nultý řád difrakce (podmínka pro jednu vlnovou délku)

$$d (\sin \alpha + \sin \beta) = m \lambda$$

Konfigurace Littrow – úhel dopadu = difrakční úhel

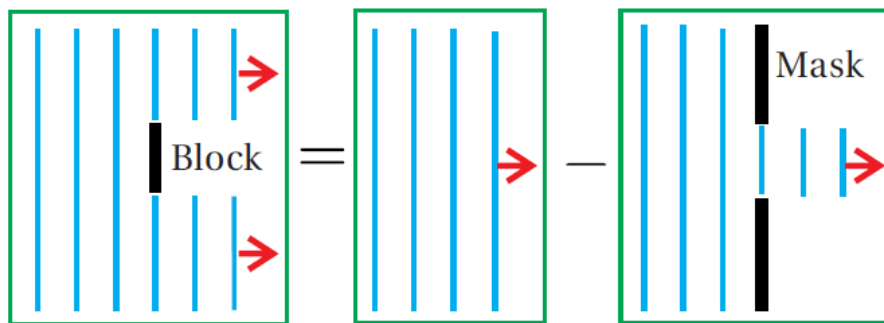
$$\theta_B = \arcsin \frac{m\lambda}{2d}$$



Babinetův princip

V difrakčním integrálu záleží na ploše vymezené aperturou
tuto plochu ale můžeme dělit a vymezovat dále a integrál musí platit

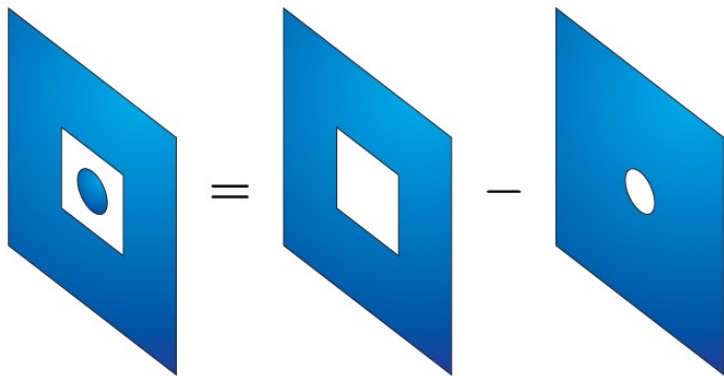
Pokud nebude překážka, musíme dostat rovinnou vlnu



Babinetův princip

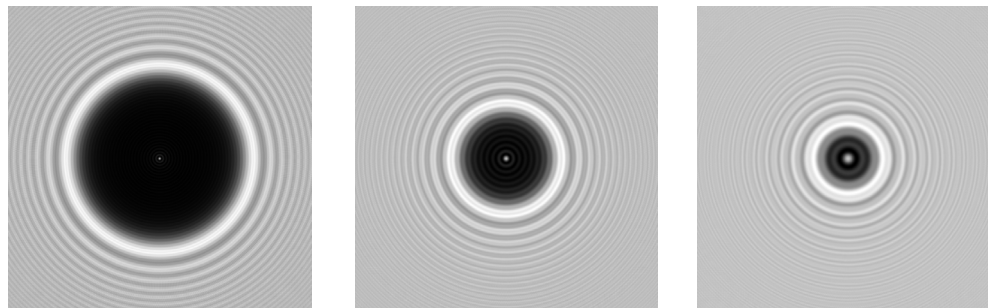
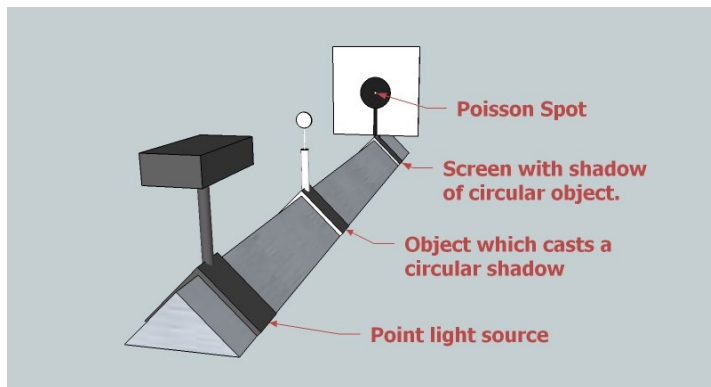
V difrakčním integrálu záleží na ploše vymezené aperturou
tuto plochu ale můžeme dělit a vymezovat dále a integrál musí platit

Způsob počítání složitějších apertur nebo masek



Poissonova skrvna

Difrakce na kruhové překážce



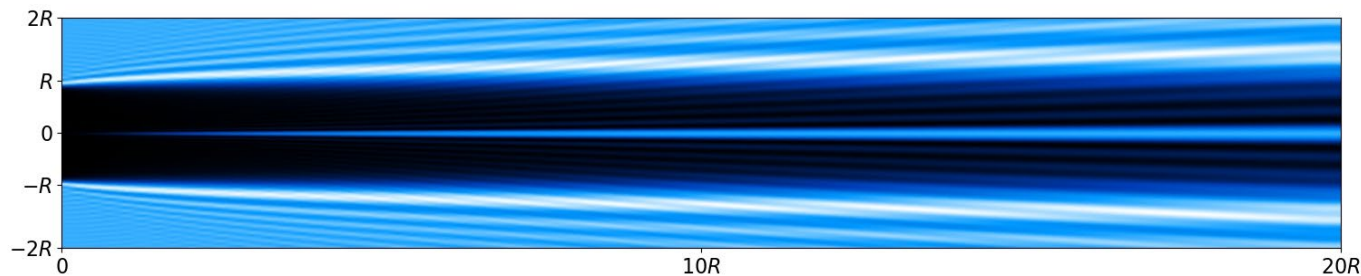
The images show simulated Arago spots in the shadow of a disc of varying diameter (4 mm, 2 mm, 1 mm – left to right) at a distance of 1 m from the disc.

Poissonova skvrna

Pole za kruhovou aperturou na ose z

$$E(0, 0, z) = 2 |E_0|^2 \left[1 - \cos \left(k \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + z^2} - kz \right) \right]$$

Podle Babinetova principu musí být tedy za překážkou také intenzita



Fourierovská optika

Ve Fraunhoferově aproximaci:

$$I(x, y, z) = \frac{1}{2} n c \varepsilon_0 \left| \frac{1}{\lambda z} \iint_{ap} E(x', y', 0) e^{-ik\left(\frac{x}{z}x' + \frac{y}{z}y'\right)} dx' dy' \right|^2$$

Difrakce => Fourierova transformace



VS

Fourierovská optika

Ve Fraunhoferově aproximaci:

$$I(x, y, z) = \frac{1}{2} n c \varepsilon_0 \left| \frac{1}{\lambda z} \iint_{ap} E(x', y', 0) e^{-ik\left(\frac{x}{z}x' + \frac{y}{z}y'\right)} dx' dy' \right|^2$$

Difrakce => Fourierova transformace $f(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \varepsilon} dx$



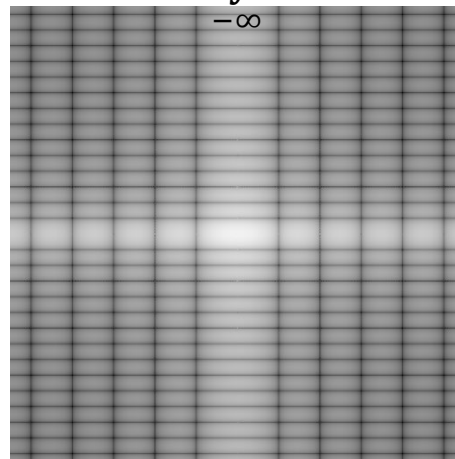
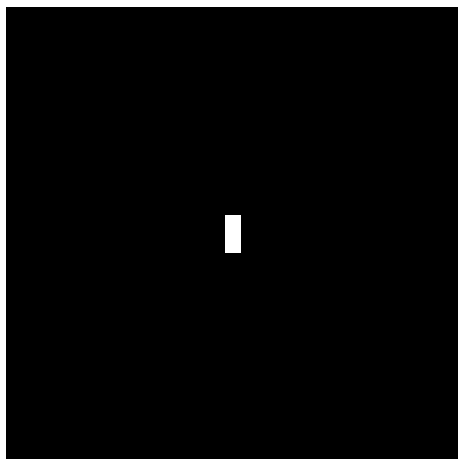
VS

Fourierovská optika

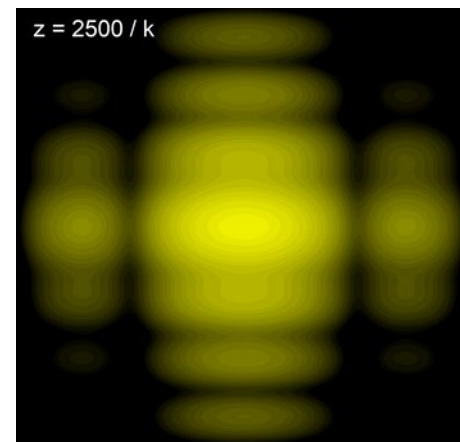
Ve Fraunhoferově aproximaci:

$$I(x, y, z) = \frac{1}{2} n c \varepsilon_0 \left| \frac{1}{\lambda z} \iint_{ap} E(x', y', 0) e^{-ik\left(\frac{x}{z}x' + \frac{y}{z}y'\right)} dx' dy' \right|^2$$

Difrakce => Fourierova transformace $f(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \varepsilon} dx$



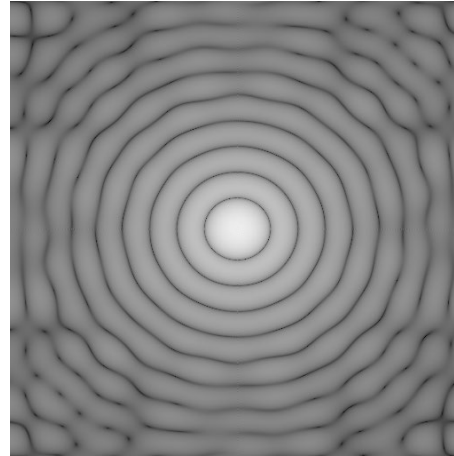
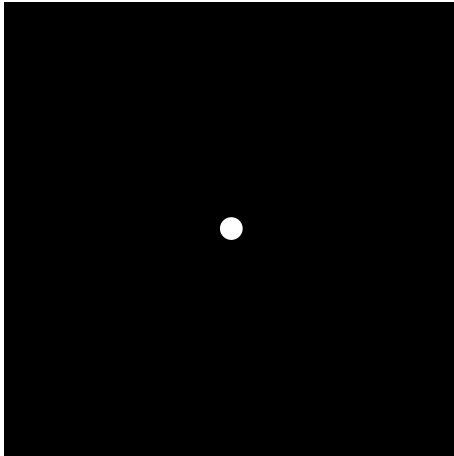
VS



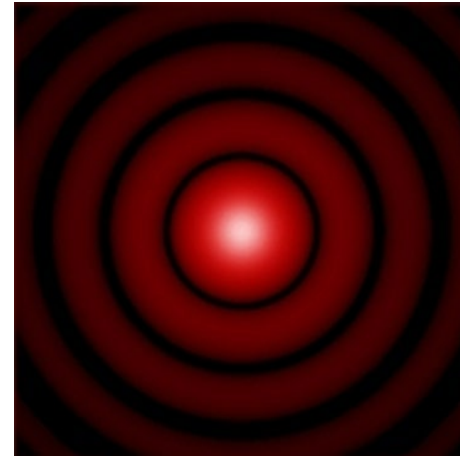
Fourierovská optika

Ve Fraunhoferově aproximaci:

Difrakce $\Rightarrow$ Fourierova transformace



VS



Babinetův princip

Ve Fraunhoferově aproximaci:

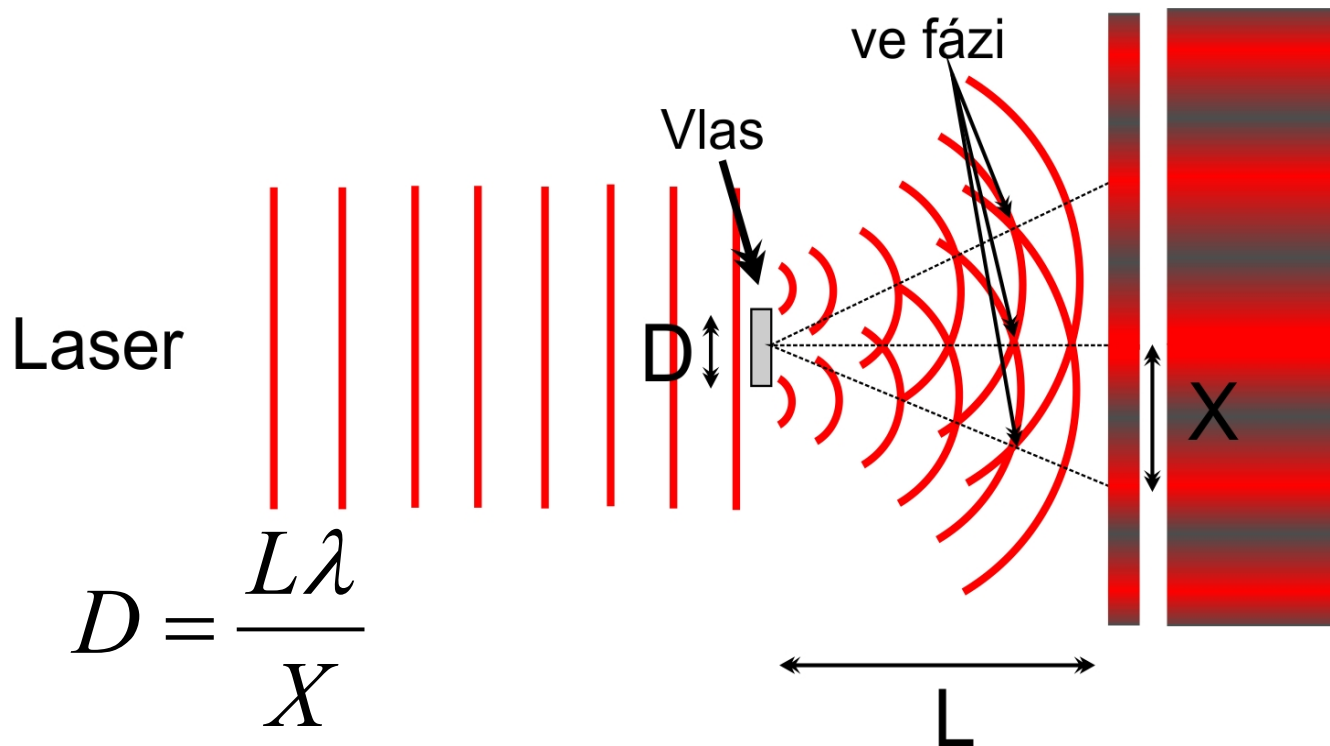
Difrakční obrazec štěrbiny = difrakční obrazec překážky až na dopřednou intenzitu

$$FT(aperture_x) = sinc x$$

$$FT(plane\ wave) = \delta(\theta = 0)$$

$$FT(aperture) + FT(barrier) = FT(plane\ wave)$$

Babinetův princip – šířka vlasu



Babinetův princip – šířka vlasu

Rozdělení dle barvy vlasů

Blond vlasy : 17 – 50 μm

Tmavé vlasy : 60 – 180 μm

L [m]	4	
λ [nm]	532	
X [cm]	2.2	
D =	96.7	μm

Rozdělení dle kvality vlasů

vyšší lámavost
lépe drží účesy

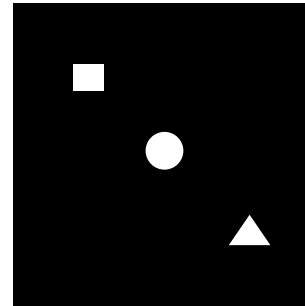
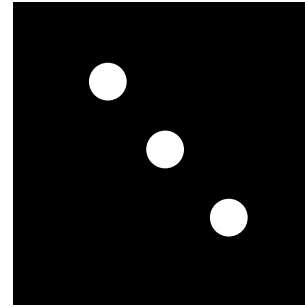
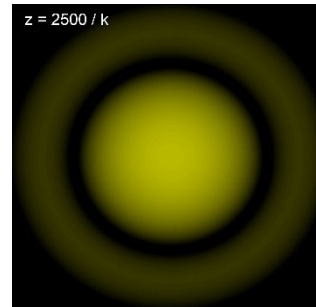
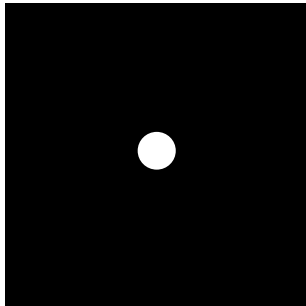
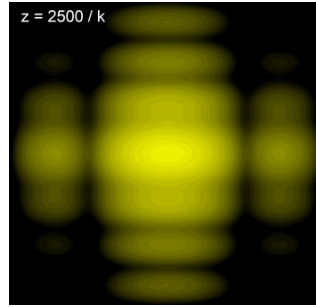
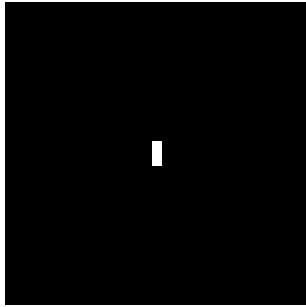


průměrná
tloušťka pro
danou barvu



pevnější
méně poddajné

Difrakční vzory

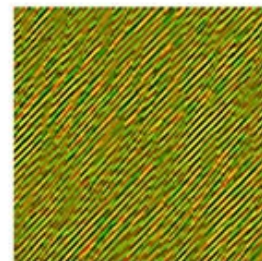
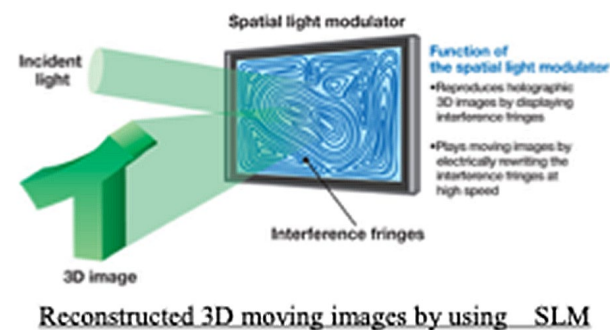
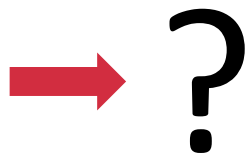
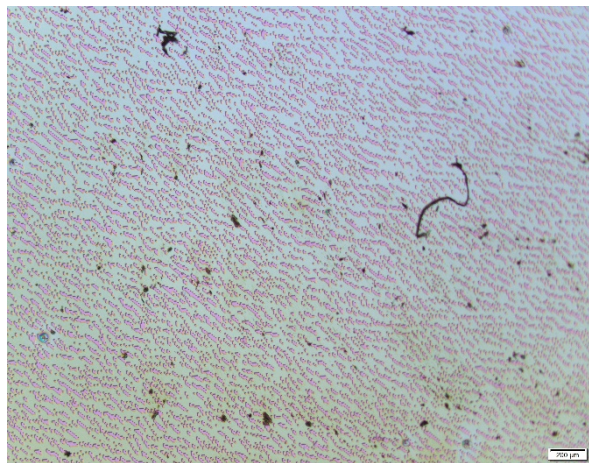


https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_en.html

Difrakční vzory

Prostorový modulátor

- vytvoření difrakčního obrazce
- rekonstrukce obrazu objektu



Hologram - calculated by computer, displayed by a spatial light modulator



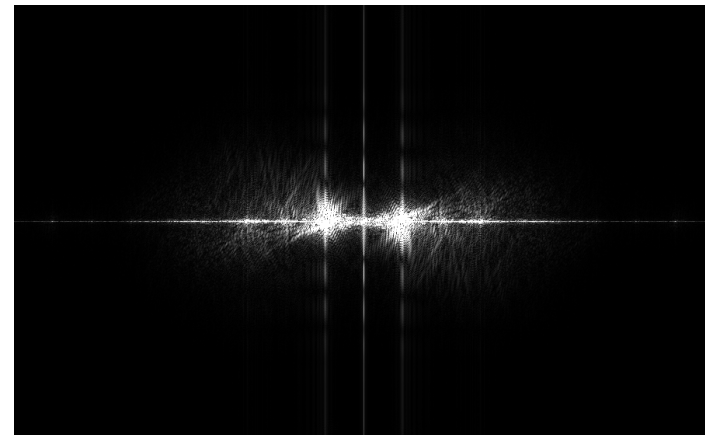
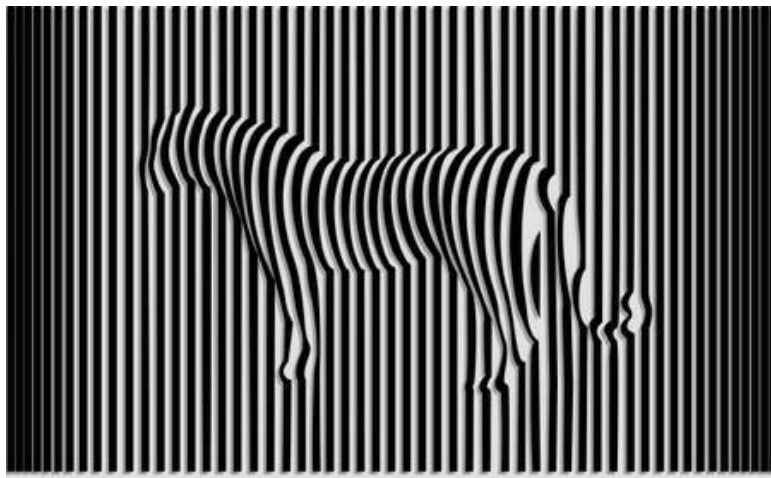
Produces a clock face

Fourierovská optika – filtry

Použití na úpravu obrázku apod.

- vyšší frekvence (kratší periodičita) blíž středu
- nižší frekvence (plochy apod) dále od středu

$$E(x, y, z) = C \iint_{ap} E(x', y', 0) e^{-ik\left(\frac{x}{z}x' + \frac{y}{z}y'\right)} dx' dy'$$

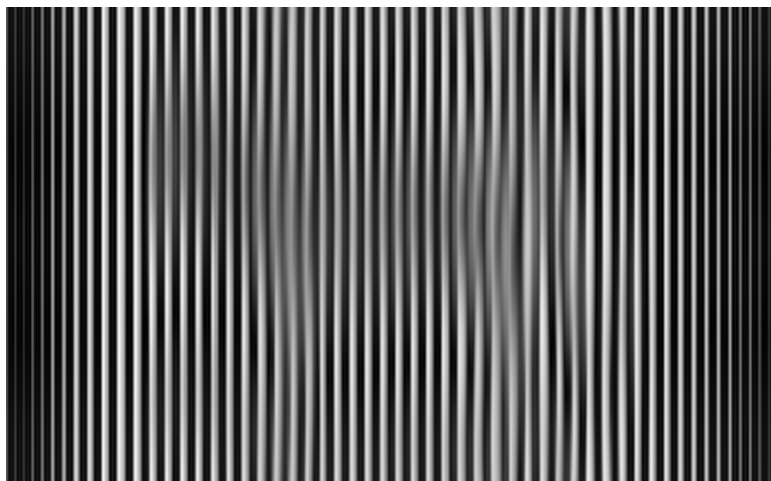


Fourierovská optika – filtry

Použití na úpravu obrázku apod.

- vyšší frekvence (kratší periodičita) blíž středu
- nižší frekvence (plochy apod) dále od středu

$$E(x, y, z) = C \iint_{ap} E(x', y', 0) e^{-ik\left(\frac{x}{z}x' + \frac{y}{z}y'\right)} dx' dy'$$

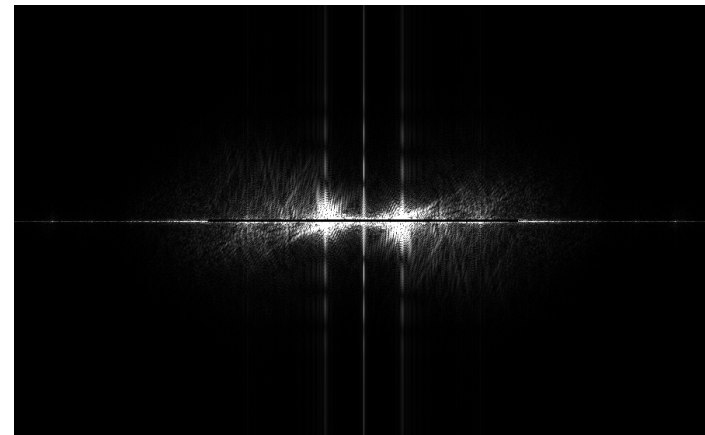
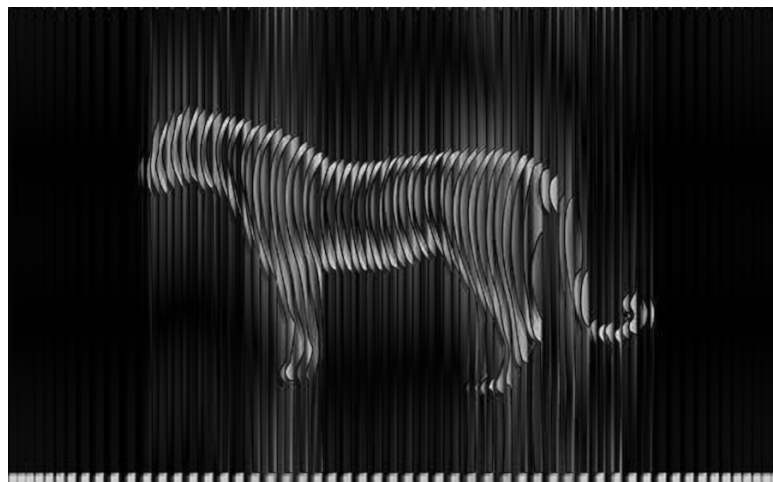


Fourierovská optika – filtry

Použití na úpravu obrázku apod.

- vyšší frekvence (kratší periodičita) blíž středu
- nižší frekvence (plochy apod) dále od středu

$$E(x, y, z) = C \iint_{ap} E(x', y', 0) e^{-ik\left(\frac{x}{z}x' + \frac{y}{z}y'\right)} dx' dy'$$

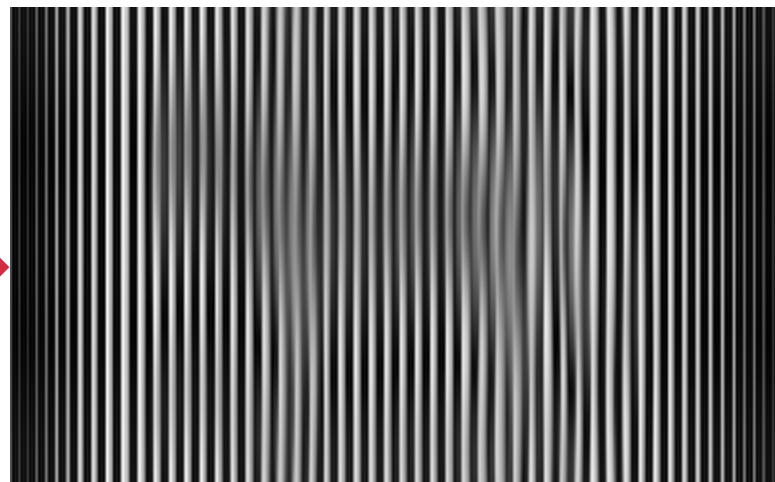
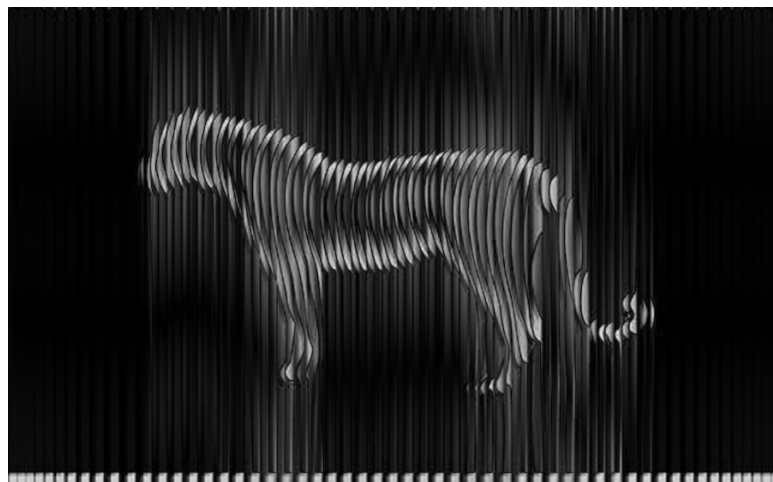


Fourierovská optika – filtry

Použití na úpravu obrázku apod.

Vymezování a úprava difrakčního obrazce

$$E(x, y, z) = C \iint_{ap} E(x', y', 0) e^{-ik\left(\frac{x}{z}x' + \frac{y}{z}y'\right)} dx' dy'$$



Reference

Peatross, Ware, Physics of Light and Optics, BYU, 2021 Revision.

Jan Franc, skripta Optika, 2021.

Štefan Višňovský, Optika – poznámky k přednášce.

P. Malý, Optika, Karolinum, 2008

<https://astronomy.swin.edu.au/cosmos/r/rayleigh+criterion>

<https://www.parabolixlight.com/fresnel-lens-and-parabolic-reflectors>

https://cs.wikipedia.org/wiki/Fresnelova_%C4%8Do%C4%8Dka

<https://www.edmundoptics.com/knowledge-center/application-notes/optics/advantages-of-fresnel-lenses/>

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d1/Lentille_de_fresnel.gif

https://en.wikipedia.org/wiki/Zone_plate

<http://zoneplate.lbl.gov/theory>

https://www.researchgate.net/publication/258683913_Hard-X-ray_Zone_Plates_Recent_Progress/figures?lo=1

https://xdb.lbl.gov/Section4/Sec_4-4.html

https://www.nicepng.com/ourpic/u2w7i1i1o0t4t4o0_zone-plate-spacing-fresnel-zone-plate/

Markus Weigand. *Realization of a New Magnetic Scanning X-ray Microscope and Investigation of Landau Structures Under Pulsed Field Excitation*. Cuvillier, E, 2015.

<https://astronomy.swin.edu.au/cosmos/r/resolution>

https://en.wikipedia.org/wiki/Christiaan_Huygens

https://en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

https://cs.wikipedia.org/wiki/Alfred_Cornu

<http://sdsu-physics.org/physics180/physics180B/Topics/light/phys180Bch24.html>

https://www.researchgate.net/publication/299437011_Comparative_Analysis_of_Path_Loss_Models_in_Mobile_Communications_for_Urban_Case/figures?lo=1

<https://www.optixs.cz/spektrometry-29k/vlaknove-spektrometry-55k/flame-vlaknovy-spektrometr-53p>

By User:Patrick87 - Own work, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=21807350>

By Cmglee - Own work, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=19051904>