

Stojaté a částečně stojaté vlny

Interference 2 postupných vln

“Dokonalá” stojatá vlna: interference 2 vln stejné amplitudy a antiparalelních vlnových vektorů

Problém s radiometrickou definicí intenzity pomocí velikosti Poyntingova vektoru

Částečně stojatá vlna: nestejně amplitudy, antiparalelní vlnové vektory

Částečně stojatá vlna: nekolineární vlnové vektory
polarizace s
polarizace p

Částečně stojatá vlna při totálním odrazu

Příklady jednoduché vrstvy na substrátu

Maticový formalismus popisu vícenásobných planparalelních vrstev

Příklady vícenásobné soustavy vrstev

Příloha: radiometrické veličiny

Stojaté a částečně stojaté vlny
superpozice postupných vln - interference

Pro 2 postupné vlny:

$$\text{výsledná intenzita } I \neq I_1 + I_2$$

Dokonalá interference

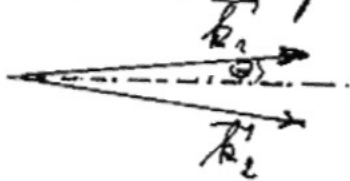
$$\begin{aligned} I &\sim (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^* = \\ &= \underbrace{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_1^*}_{\sim I_1} + \underbrace{\vec{E}_2 \cdot \vec{E}_2^*}_{\sim I_2} + \text{interferenční člen} \end{aligned}$$

Kontrast (viditelnost) interferenčních obrazců
stupeň koherence $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = \frac{\langle \vec{E}_1(\vec{r}_1, t_1) \cdot \vec{E}_2^*(\vec{r}_2, t_2) \rangle_{t_1, t_2}}{\sqrt{E_1 E_1^*} \cdot \sqrt{E_2 E_2^*}}$

$\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2$ podle konkrétního uspořádání
(co s čím má interferovat)

V dalším předpokládáme dokonalé monochromatické
vlny, $\omega_1 = \omega_2$, $|\gamma| = 1$
maximální kontrast interferenčních obrazců

Obvykle uváděné příklady v souvislosti s interferenčním jevem: Youngův pokus, Fresnelova pracka,
 Lloydova pracka, 2-sovazkové interferometry, ...
 úhel mezi vlnovými vektory malý



K pojmu intenzita záření (světla)

postupná vlna
$$I = \langle \text{Re}\{\vec{E}\} \times \text{Re}\{\vec{H}\} \rangle_t$$

lineárně polarizovaná
 s amplitudou E_0
$$I \equiv \langle \vec{S} \rangle_t \quad [\text{Wm}^{-2}]$$

$$I = \frac{1}{2} c n \epsilon_0 E_0 \cdot E_0^*$$

hustota elektrické energie $\langle w_e \rangle_t = \frac{1}{4} n^2 \epsilon_0 E_0 \cdot E_0^*$

hustota magnetické energie $\langle w_m \rangle_t = \frac{1}{4} n^2 \epsilon_0 E_0 \cdot E_0^*$

v reaktivním prostředí

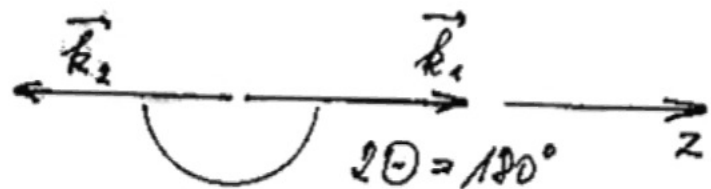
elektrická a magnetická složka kmitají v každém místě ve fázi a přispívají k I stejně

např. fotografická emulze černá rovnoměrně
 při dopadu takové vlny

"Dokonalé" stojatá vlna

např. vznikne interferencí 2 postupných vln
stejně polarizace, stejné amplitudy,

$$\vec{k}_2 = -\vec{k}_1$$

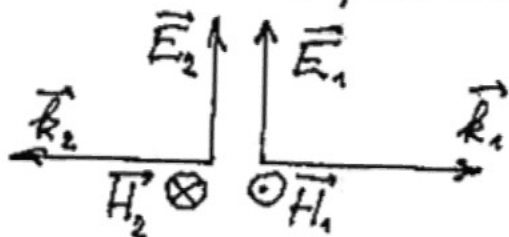


$$E_x = E_0 \cdot (e^{ikz} + e^{-ikz}) e^{-i\omega t}$$

$$= 2E_0 \cos(kz) \cdot e^{-i\omega t}$$

$$\text{Re}\{E_x\} = 2E_0 \cos(kz) \cdot \cos \omega t$$

amplituda závislá na z
stejná fáze v celém prostoru
 \Rightarrow nekonečná fázová rychlost $v_{\text{fáz}} \rightarrow \infty$

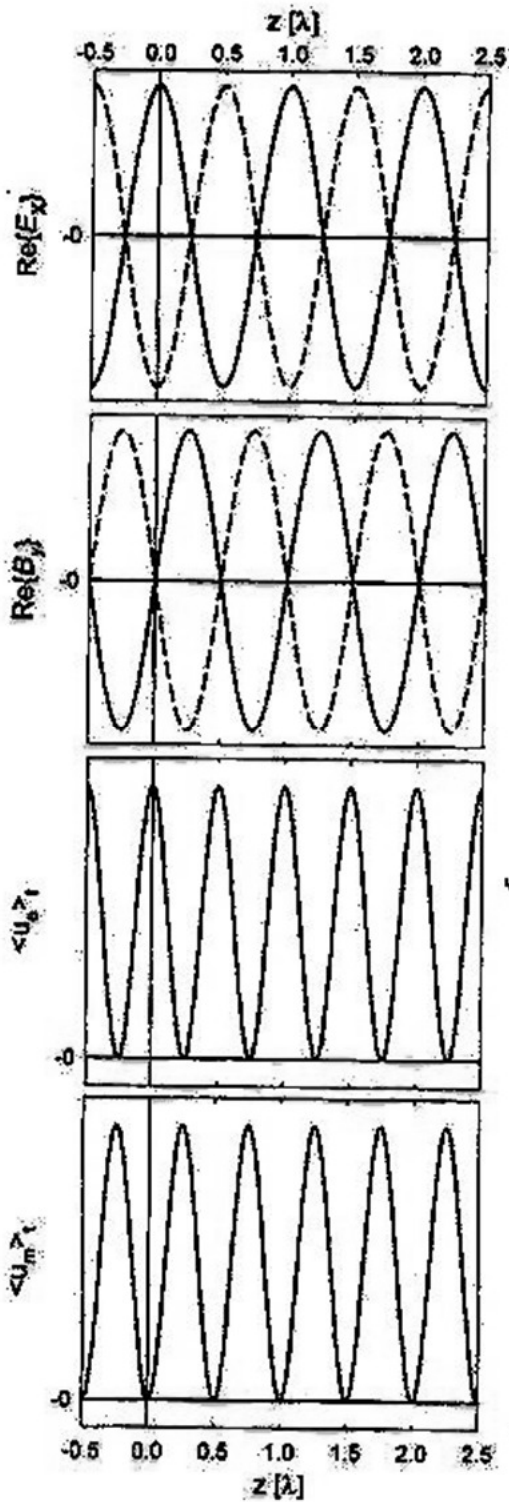


$$B_y = B_0 (e^{ikz} - e^{-ikz}) \cdot e^{-i\omega t}$$

$$\text{Re}\{B_y\} = 2E_0 \frac{v}{c} \cdot \sin(kz) \cdot \sin \omega t$$

amplituda prostorově posunutá oproti E_x
opět stejná fáze v celém prostoru $\sim \sin \omega t$
ale posunutá o $\pi/2$ oproti $E_x \sim \cos \omega t$

doła kręta $T = \frac{\lambda}{c} = \frac{2\pi}{\omega}$



— $E_x(t=0, T, 2T, \dots)$

--- $E_x(t=T/2, 3T/2, 5T/2, \dots)$

$$\text{Re}\{E_x\} = 2E_0 \cos(kz) \cdot \cos(\omega t)$$

— $B_y(t=T/4, 5T/4, 9T/4, \dots)$

--- $B_y(t=3T/4, 7T/4, 11T/4, \dots)$

$$\text{Re}\{B_y\} = \frac{2F_0/m}{c} \sin(kz) \cdot \sin(\omega t)$$

$$\langle u_e \rangle = E_0^2 \epsilon_0 m^2 \cos^2(kz)$$

$$\langle u_m \rangle = E_0^2 \epsilon_0 m^2 \sin^2(kz)$$

Poyntingův vektor

$$\langle \vec{S} \rangle_t = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ (E_x H_z^* - E_z H_x^*, E_z H_y^* - E_y H_z^*, E_x H_y^* - E_y H_x^*) \}$$

= 0

odpovídá $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$, $\vec{S}_2 = -\vec{S}_1$

malý lok. výkon

Hustoty energie

$$\langle \mu_e \rangle_t = \frac{1}{4} \operatorname{Re} \{ \vec{E} \cdot \vec{D}^* \} = \dots = \frac{1}{2} E_0^2 \epsilon_0 n^2 [1 + \cos(2kz)]$$

$$\langle \mu_m \rangle_t = \frac{1}{4} \operatorname{Re} \{ \vec{H} \cdot \vec{B}^* \} = \dots = \frac{1}{2} E_0^2 \epsilon_0 n^2 [1 - \cos(2kz)]$$

různá prostorová modulace $\langle \mu_e \rangle$, $\langle \mu_m \rangle$

celková hustota elmag energie

$$\langle \mu_e \rangle_t + \langle \mu_m \rangle_t = \frac{1}{2} E_0^2 \epsilon_0 n^2 \text{ není modulována}$$

Věta pro intenzitu vlnění pro postupnou vlnu

$$I = |\langle \vec{S} \rangle_t| = \frac{c}{n} \langle \mu_e + \mu_m \rangle_t, \quad \langle \mu_e \rangle_t = \langle \mu_m \rangle_t$$

ná replika v případě stojatí vlny

jak počítá fotografický film?

Všude se $|\langle \vec{S} \rangle_t| = 0$;

šude stejné $\langle \mu_e \rangle + \langle \mu_m \rangle$ není modulována;

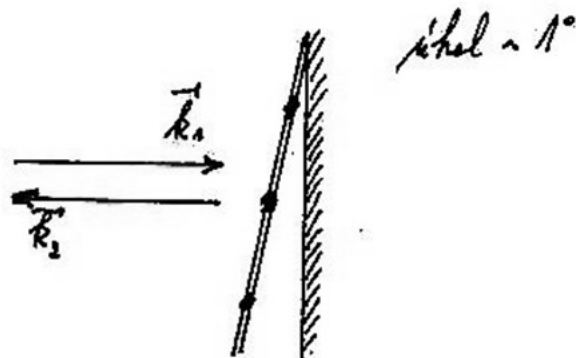
objeví se interferenční pruhy v místě

nebo $\langle \mu_e \rangle$

nebo v místě $\langle \mu_m \rangle$?

Otto Wiener (1862 - 1927) 1890

zachycení rozložení "intenzity" objektivem v
Ag vrátka



výborný vodič $\Rightarrow E_{\text{leóná}} = E_1 + E_2 \approx 0$ na povrchu Ag
fotografická emulze, tloušťka $\approx 20 \text{ nm}$ (plouček λ)

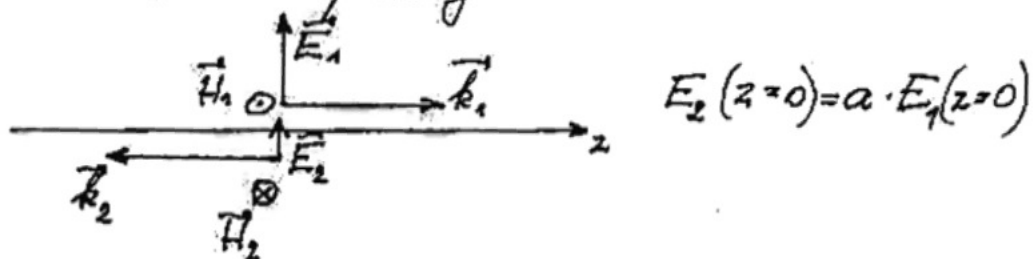
1. černání expozice $\approx 1/2$ hod.
ve vzdálenosti $\lambda/4$ od vrátka
2. tmavý pruh $\lambda/4 + \lambda/2 = \frac{3}{4} \lambda$ od vrátka
3. tmavý pruh $\lambda/4 + \lambda = \frac{5}{4} \lambda$ atd.

\Rightarrow černání fotemulze souvisí s elektrickým polem
vlou

1892 Drude, Nernst obdobný pokus s fotoluminiscencí
opět luminescenci vyvolává elektrické pole
objektivem

Částečně stojatá vlna

Případ A: antiparalelní \vec{k}_1, \vec{k}_2
různé amplitudy



$$E_x = E_0 (e^{ikz} + a e^{-ikz}) e^{-i\omega t}$$

$$= E_0 [a (e^{ikz} + e^{-ikz}) + (1-a) e^{ikz}] e^{-i\omega t}$$

stojatá složka postupná část

$$H_y = \frac{k}{\omega \mu_0} E_0 (e^{ikz} - a e^{-ikz}) e^{-i\omega t} \quad \frac{k}{\omega \mu_0} = \dots = n \epsilon_0 c$$

$$= n \epsilon_0 c E_0 [a (e^{ikz} - e^{-ikz}) + (1-a) e^{ikz}] e^{-i\omega t}$$

$$\langle S_z \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n^2 E_0^2 (1-a^2) \quad \text{nezávisí na } z$$

$$\langle \mu_e \rangle = \frac{1}{4} \epsilon_0 n^2 E_0^2 [(1-a)^2 + 4a \cos^2(kz)] \quad \text{modulace v prostoru}$$

$$\langle \mu_m \rangle = \frac{1}{4} \epsilon_0 n^2 E_0^2 [(1-a)^2 + 4a \sin^2(kz)]$$

$$\langle \mu_e \rangle + \langle \mu_m \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 n^2 E_0^2 (1+a^2)$$

Příspěvky k $\langle S_z \rangle$ od vlny běžící doprava a doleva se odčítají,
příspěvky k $\langle \mu \rangle$ se přidávají.

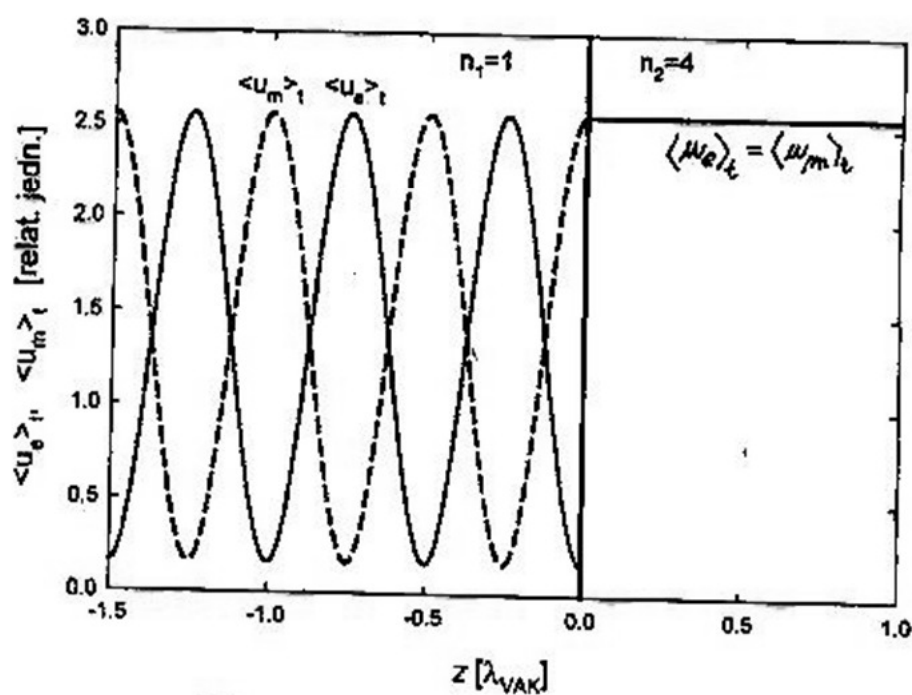
Realizace kolmým dopadem na rovinné rozhraní

Z podmínky spojitosti \vec{E}_{tot} , \vec{H}_{tot} (tečné složky) vyplývají Fresnelovy vzťahy, které pro kolmý dopad jsou:

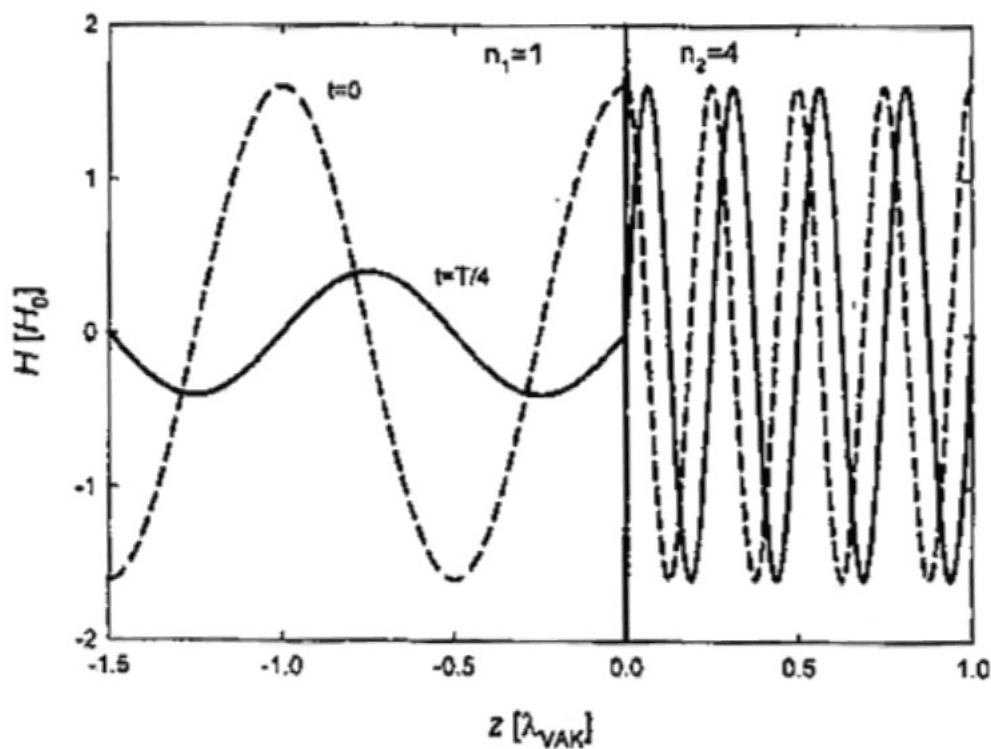
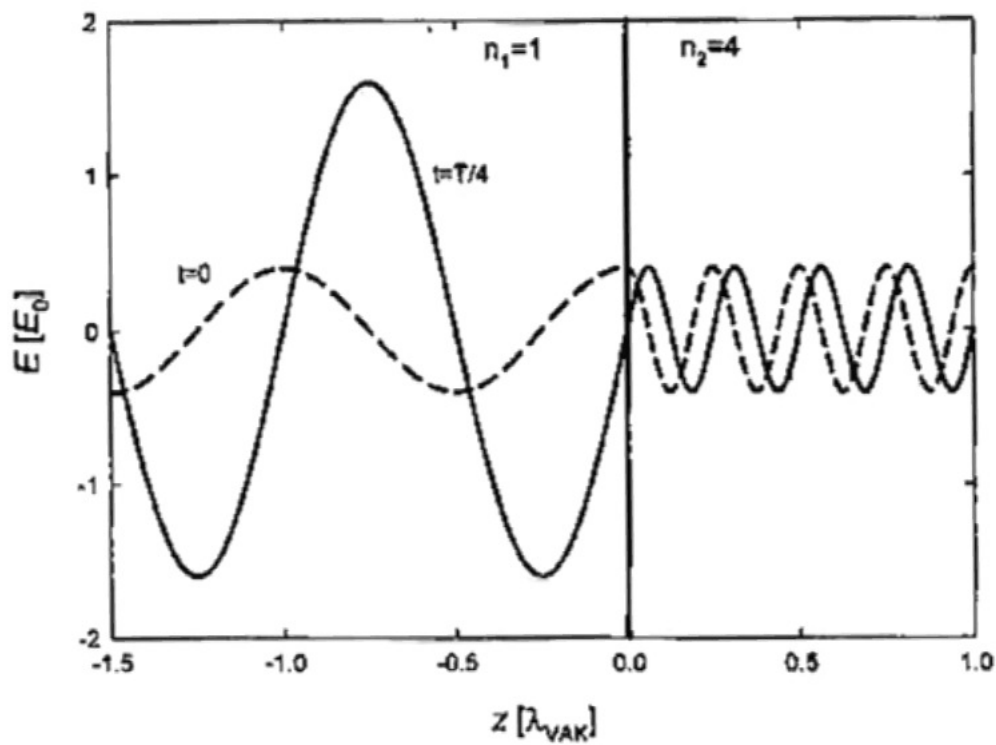
$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \quad \begin{array}{l} \text{amplitudní koef.} \\ \text{odrazu a průchodu} \end{array}$$

např. pro rozhraní vzduch $n_1=1$, germanium $n_2=4$

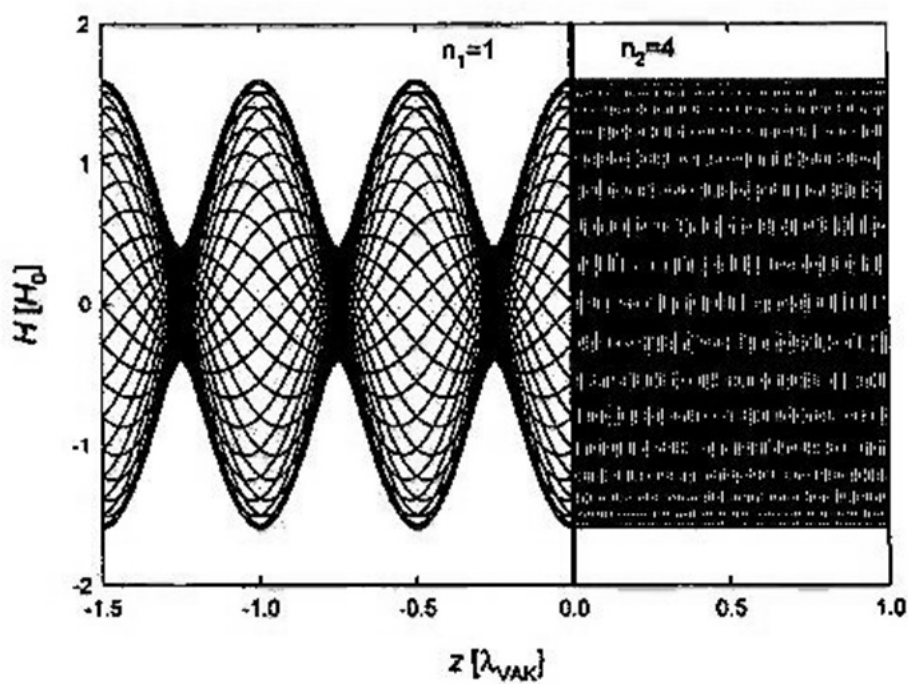
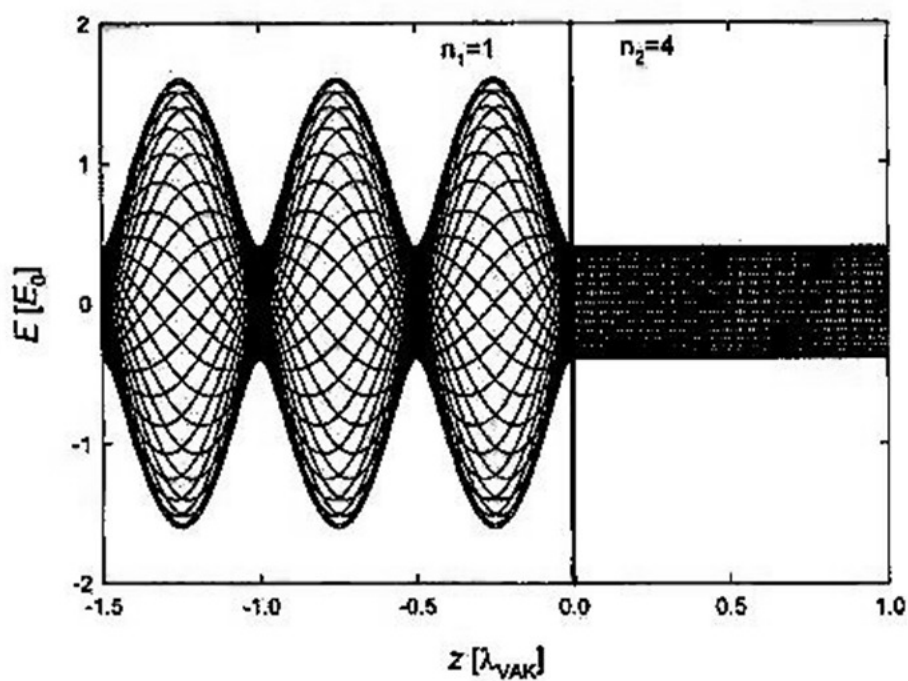
$$r = \frac{-3}{5} = -0.6, \quad t = \frac{2}{5} = 0.4, \quad k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{VAK}}}, \quad k_2 = 4k_1$$



Částečně stojatá vlna vakuu (vzduch) postupná vlna Ge
 Časové střední hustoty elektrické a magnetické energie u povrchu absorbujícího materiálu $n=4$.
 Postupná vlna v absorbujícím materiálu $\langle u_e \rangle_t = \langle u_m \rangle_t$



Prostorová závislost elektrického a magnetického pole v časech $t=0$ a $t=T/4$ ($\omega t = \pi/2$).



Prostorová distribuce elektrického a magnetického pole pro více z

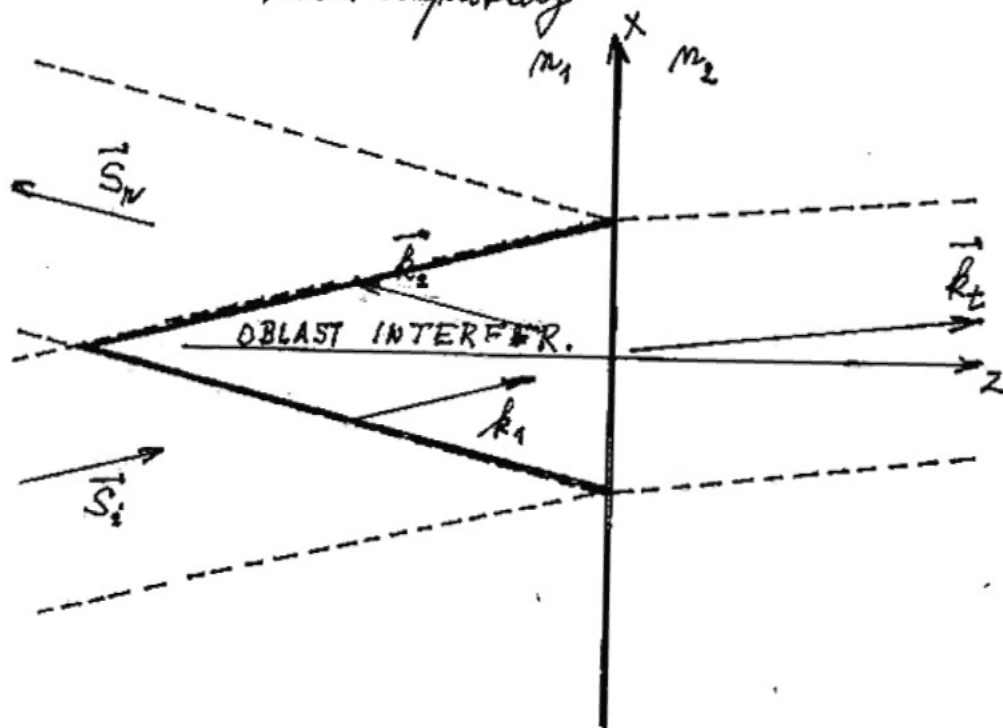
Částečně stojatá vlna - realizace šikmým odrazem

Případ B: nekolineární \vec{k}_1, \vec{k}_2

stejná amplituda $|r| = 1$ rovinný povrch $n_2 = -1$

kolísavý odraz $r \cdot r^* = 1$

různá amplituda



Oblast mimo interferenční objem: postupné plny

$$R_s = \frac{\langle |S_r| \rangle A_r}{\langle |S_i| \rangle A_i} = |r_s|^2$$

$$\text{a stejně } R_p = |r_p|^2$$

$$T_s = \frac{\langle |S_t| \rangle \cdot A_t}{\langle |S_i| \rangle \cdot A_i} = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} |t_s|^2$$

$$T_p = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} |t_p|^2$$

energetická (výkonová) bilance $R + T = 1$

R, T výkonové koeficienty

r, t amplitudové (Fresnelovy) koeficienty

A_i, A_r, A_t průřezy vlnkami

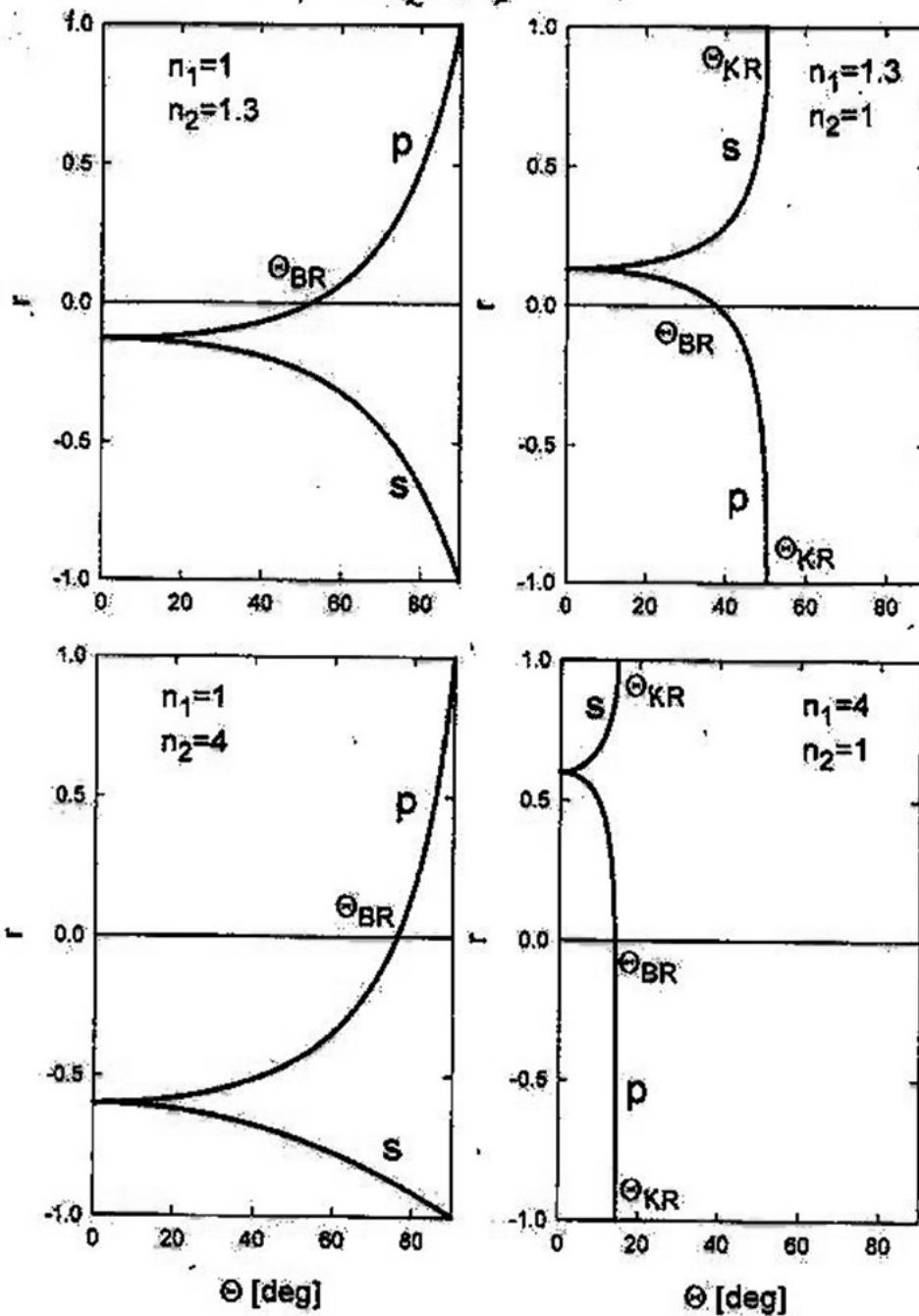
Fresnelovy vzťahy

$$N_s = \frac{n_1 \cos \Theta_1 - n_2 \cos \Theta_2}{n_1 \cos \Theta_1 + n_2 \cos \Theta_2}$$

$$N_p = \frac{n_1 \cos \Theta_2 - n_2 \cos \Theta_1}{n_1 \cos \Theta_2 + n_2 \cos \Theta_1}$$

z. rovnice

$$n_2 \sin \Theta_2 = n_1 \sin \Theta_1$$



V interferenční oblasti, index n_1 , $\Theta_i = \Theta_r = \Theta_1$
polarizace S

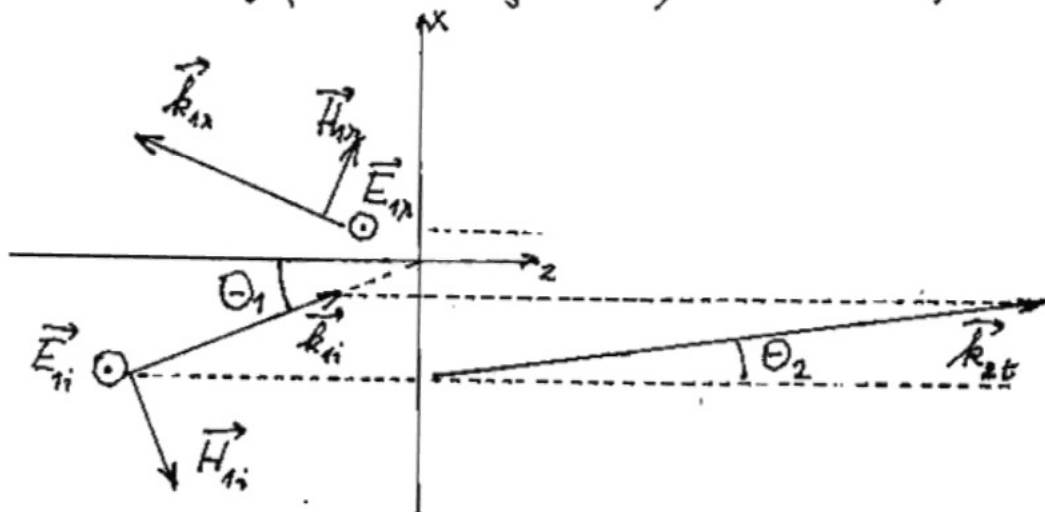
$$k_{1x} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vak}}} n_1 \sin \Theta_1 = \text{z. lomna} \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vak}}} n_2 \sin \Theta_2 = k_{2x}$$

$$k_{1z} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vak}}} n_1 \cos \Theta_1$$

$$E_{1y} = E_0 (e^{ik_{1z}z} + r_s e^{-ik_{1z}z}) \cdot e^{ik_{1x}x} \cdot e^{-i\omega t}$$

$$H_{1x} = c \epsilon_0 n_1 E_0 (-e^{ik_{1z}z} + r_s e^{-ik_{1z}z}) \cdot e^{ik_{1x}x} \cdot e^{-i\omega t} \cdot \cos \Theta_1$$

$$H_{1z} = c \epsilon_0 n_1 E_0 (e^{ik_{1z}z} + r_s e^{-ik_{1z}z}) \cdot e^{ik_{1x}x} \cdot e^{-i\omega t} \cdot \sin \Theta_1$$



$$\langle W_{1e} \rangle_t = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2 n_1^2 [1 + r_s^2 + 2r_s \cdot \cos(2k_{1z}z)]$$

$$\langle W_{1m} \rangle_t = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2 n_1^2 [1 + r_s^2 - 2r_s \cdot \cos(2\Theta_1) \cdot \cos(2k_{1z}z)]$$

$$\langle S_{1x} \rangle_t = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 n_1 \cdot \sin \Theta_1 \cdot [1 + r_s^2 + 2r_s \cdot \cos(2k_{1z}z)]$$

$$\langle S_{1z} \rangle_t = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 n_1 \cdot \cos \Theta_1 \cdot (1 - r_s^2)$$

Polarizace S před rozhraním, $n_1 < n_2$, $n_s < 0$

$\Theta_1 = 0$: na rozhraní uzel elektrického pole
 kmitná magnetického pole
 $\langle S_{1x} \rangle = 0$

$\Theta_1 = 45^\circ$ elektrická energie je modulována $\sim \cos(2k_{1z}z)$
 (\equiv „interference nastává“)
 $\cos(2\Theta_1) = 0$ magnetická energie není modulována
 H_{1x} na rozhraní kmitná, H_{1z} uzel
 $H_{1x}^2 + H_{1z}^2 = \text{konstanta}$

$\Theta_1 > 45^\circ$ elektrické pole na rozhraní stále uzel
 magnetické pole na rozhraní kmitná (převládá člen $\sim H_{1z}^2$, $\cos(2\Theta_1) < 0$)

silný tok výkonu podél rozhraní ($\sim S_{1x}$)
 slabý tok výkonu přes rozhraní ($\sim S_{1z}$)

$\langle \mu_{ze} \rangle$, $\langle \mu_{zm} \rangle$, $\langle S_{1x} \rangle$ konstantní + modulovaná složka

Periodicita modulované složky: Δz

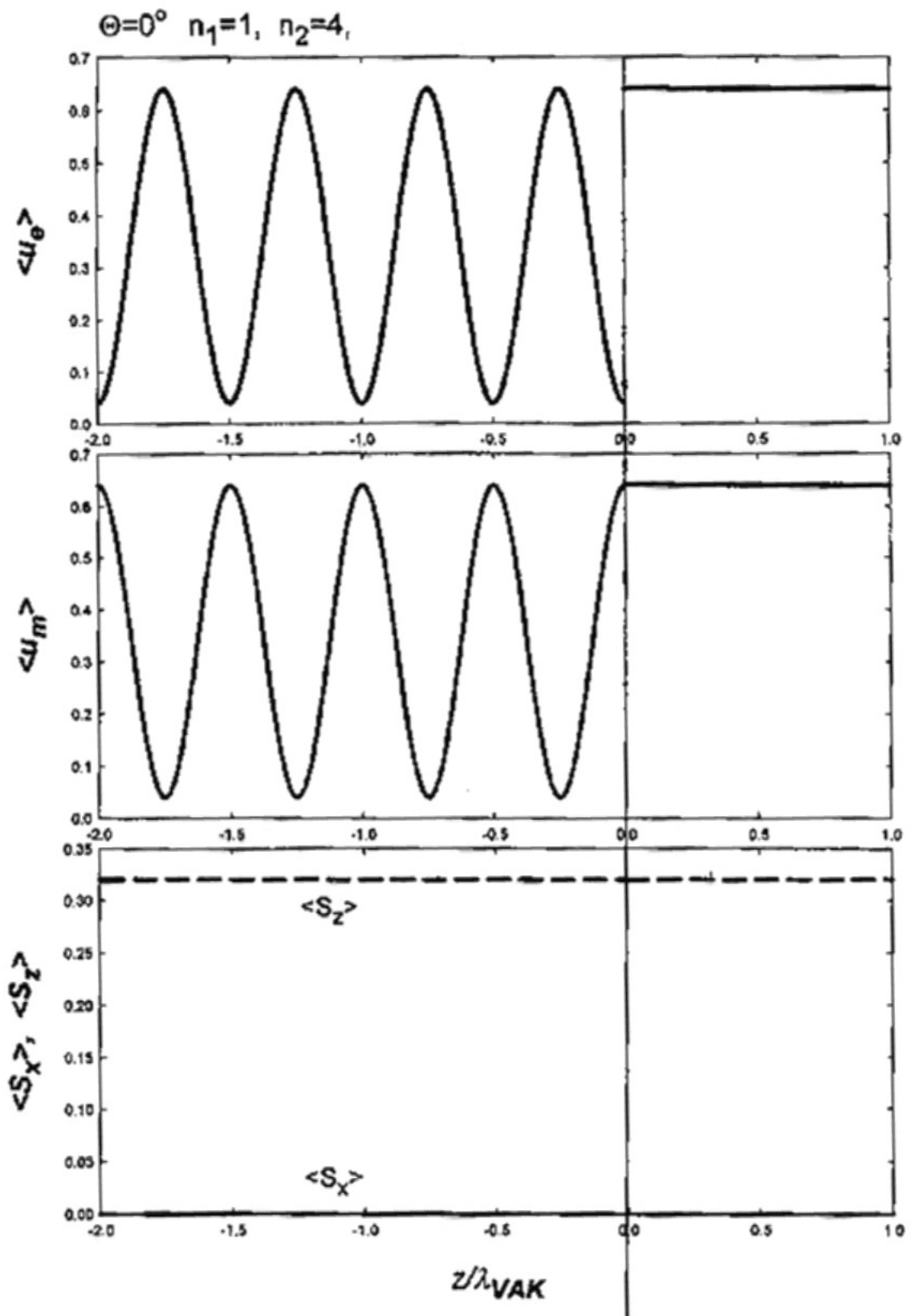
$$2k_{1z}\Delta z = 2\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_{\text{vak}}} \cdot n_1 \cdot \cos \Theta_1 \cdot \Delta z = \pi$$

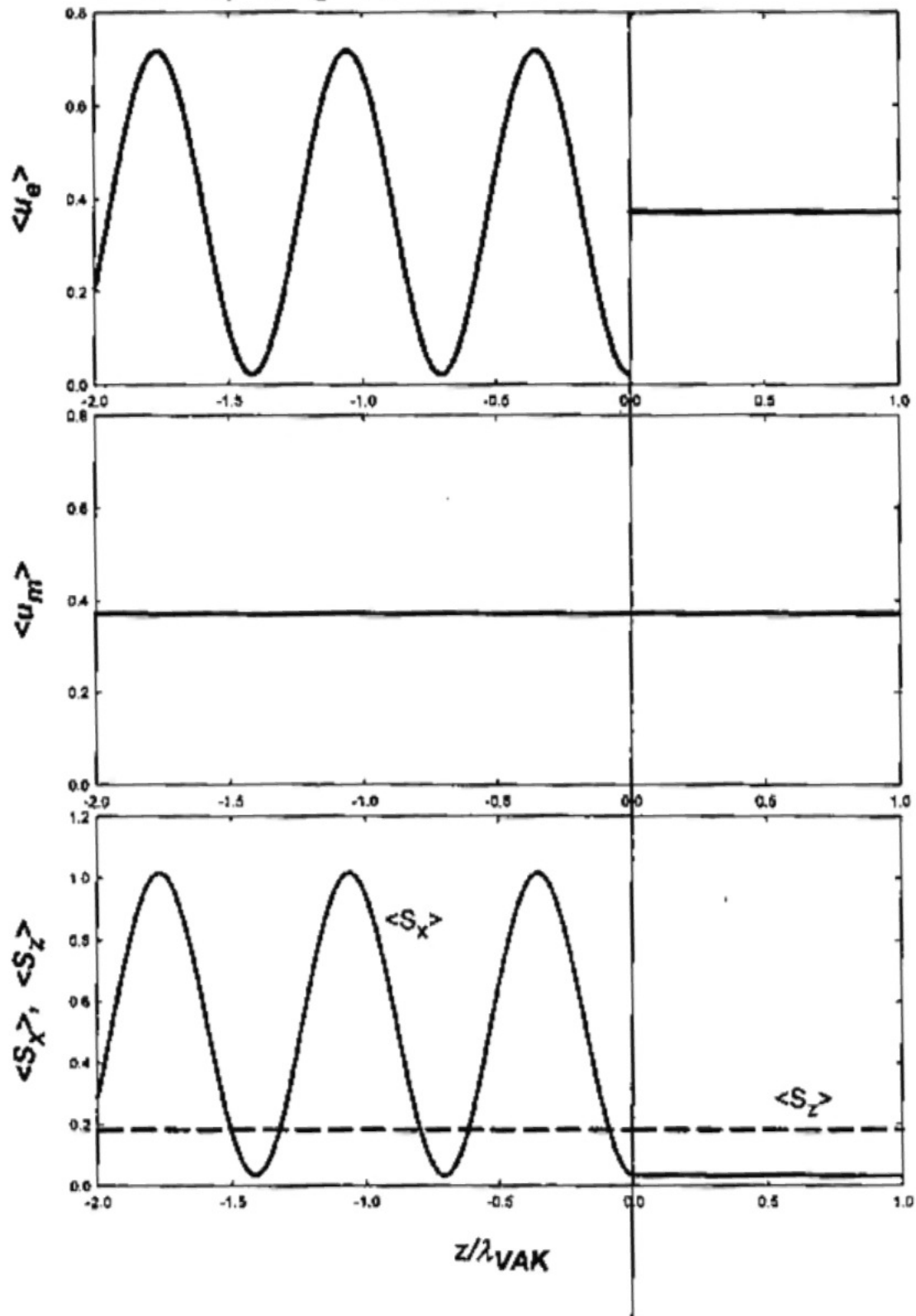
$$\Delta z = \frac{\lambda_{\text{vak}}}{2n_1 \cos \Theta_1}$$

$$\Delta z(\Theta_1 = 0) = \frac{\lambda_{\text{vak}}}{2n_1}$$

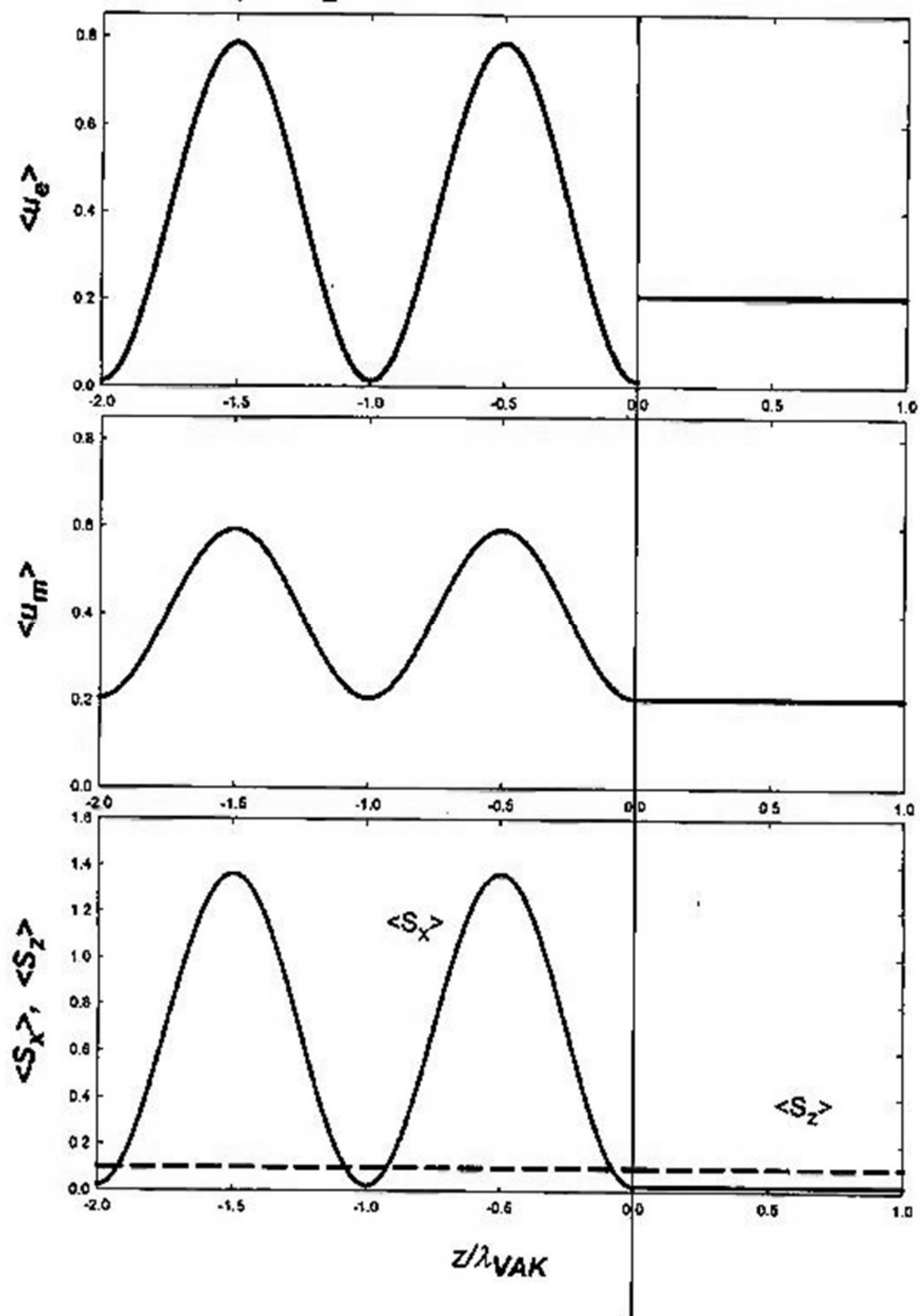
$$\Delta z(\Theta_1 \rightarrow 90^\circ) \rightarrow \infty$$



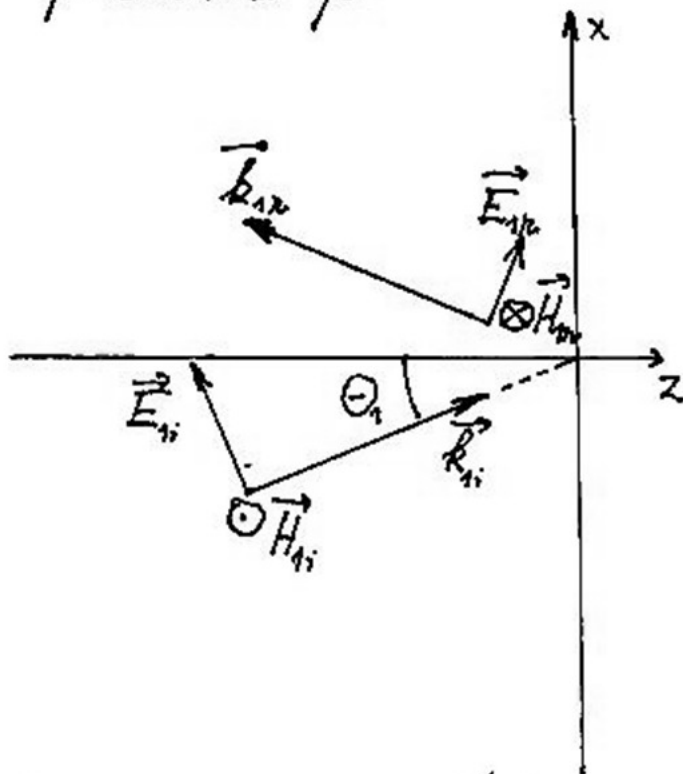
$\Theta=45^\circ$ $n_1=1$, $n_2=4$, polarizace s



$\Theta=60^\circ$ $n_1=1$, $n_2=4$, polarizace s



V interferenční oblasti, $n_1 < n_2$, $\Theta_i = \Theta_r = \Theta_1$
 polarizace p



$$k_{1x} = \frac{2\pi}{\lambda_{vak}} \cdot n_1 \cdot \sin \Theta_1$$

$$k_{1z} = \frac{2\pi}{\lambda_{vak}} \cdot n_1 \cdot \cos \Theta_1$$

$$E_{1x} = E_0 \cdot \cos \Theta_1 \cdot (e^{ik_{1z}z} + \nu_p e^{-ik_{1z}z}) \cdot e^{ik_{1x}x} \cdot e^{-i\omega t}$$

$$E_{1z} = E_0 \cdot \sin \Theta_1 \cdot (-e^{ik_{1z}z} + \nu_p \cdot e^{-ik_{1z}z}) \cdot e^{ik_{1x}x} \cdot e^{-i\omega t}$$

$$H_{1y} = c \epsilon_0 n_1 E_0 (e^{ik_{1z}z} - \nu_p \cdot e^{-ik_{1z}z}) \cdot e^{ik_{1x}x} \cdot e^{-i\omega t}$$

$$\langle W_{1e} \rangle_t = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2 n_1^2 [1 + \nu_p^2 + 2\nu_p \cos(2\Theta_1) \cdot \cos(2k_{1z}z)]$$

$$\langle W_{1m} \rangle_t = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2 n_1^2 [1 + \nu_p^2 - 2\nu_p \cdot \cos(2k_{1z}z)]$$

$$\langle S_{1x} \rangle_t = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 n_1 \cdot \sin \Theta_1 [1 + \nu_p^2 - 2\nu_p \cdot \cos(2k_{1z}z)]$$

$$\langle S_{1z} \rangle_t = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 n_1 \cdot \cos \Theta_1 [1 - \nu_p^2]$$

Polarizace p před rozhráním, $n_1 < n_2$

$$\Theta_1 = 0 \div 45^\circ \quad n_p < 0 \quad \cos 2\Theta_1 > 0$$

na rozhraní uzel elektrického pole
kmitná magnetického pole

$$\langle S_{1x} \rangle (\Theta_1 = 0) = 0 \quad \langle S_{1x} \rangle (0 < \Theta_1 < 45^\circ) \text{ kmitná}$$

$$\Theta_1 = 45^\circ \quad n_p < 0 \quad \cos 2\Theta_1 = 0$$

$\langle \mu_e \rangle$ nemodelováno

$\langle \mu_m \rangle, \langle S_x \rangle$ na rozhraní kmitná

$$\Theta_1 = 45^\circ \div \Theta_{BR} \quad n_p < 0 \quad \cos 2\Theta_1 < 0$$

$\langle \mu_e \rangle, \langle \mu_m \rangle, \langle S_x \rangle$ na rozhraní kmitná

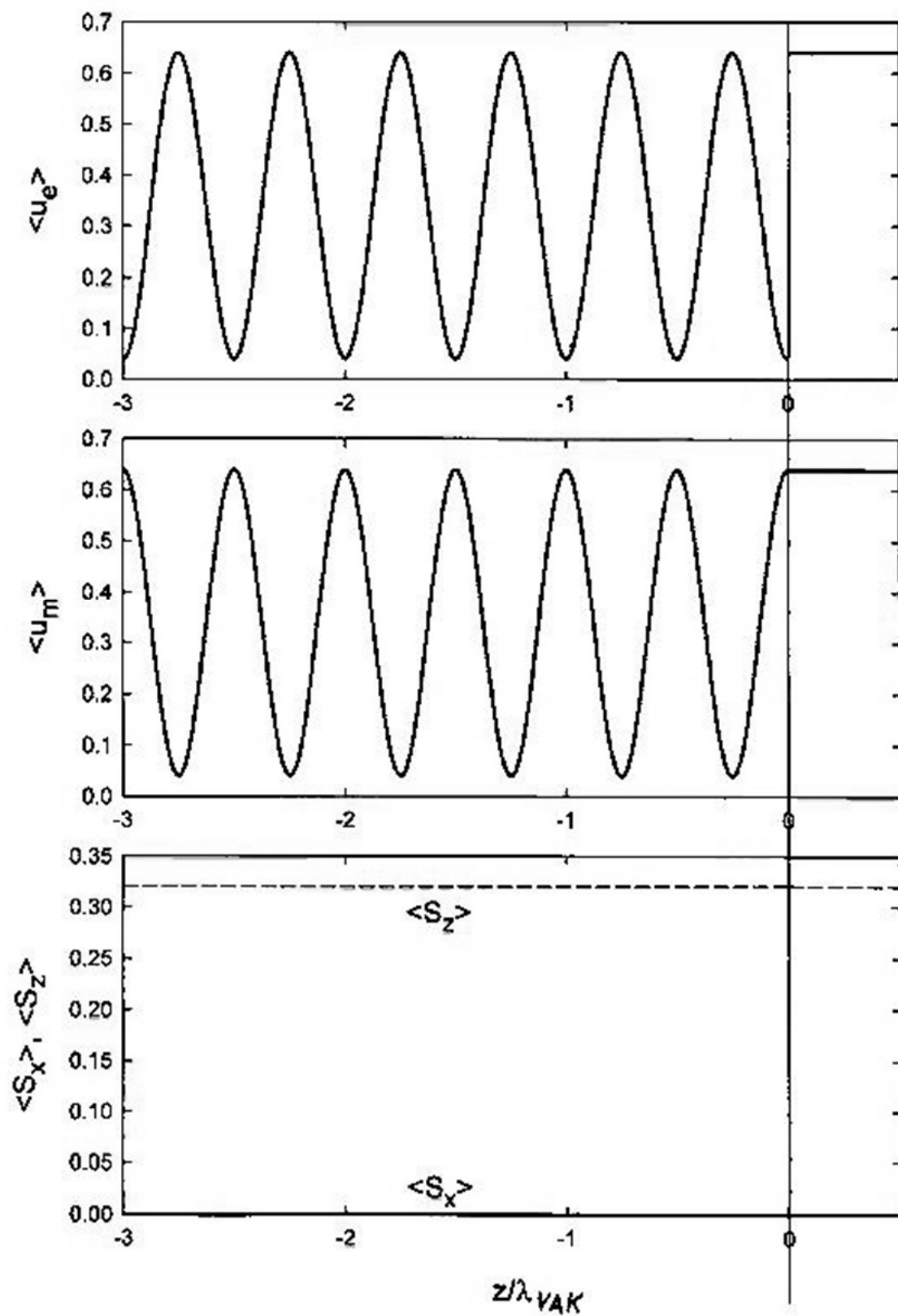
$$\Theta_1 = \Theta_{BR} \quad n_p = 0$$

v obou prostředích čistě postupná vlna

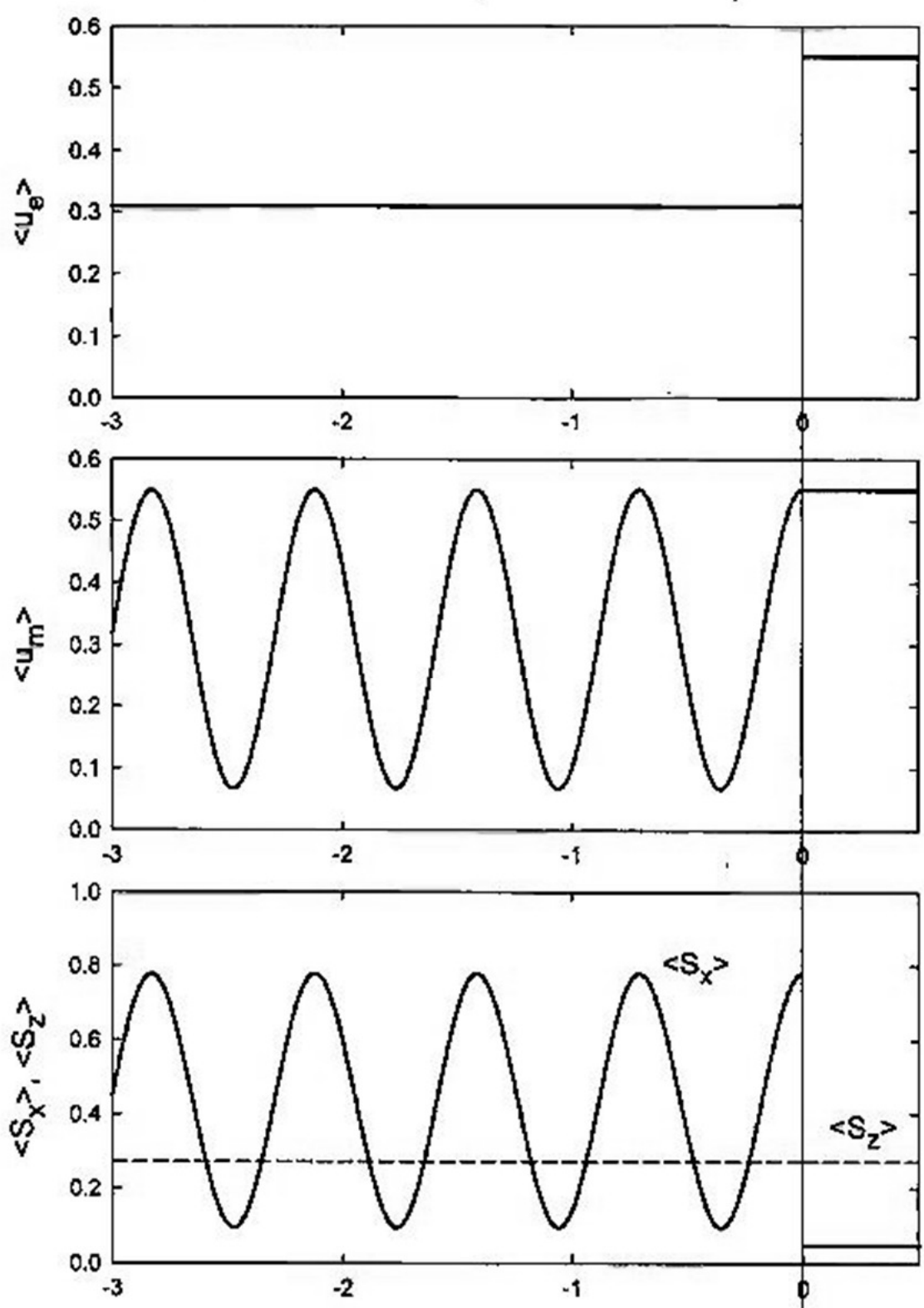
$$\Theta_1 = \Theta_{BR} \div 90^\circ \quad n_p > 0, \quad \cos 2\Theta_1 < 0$$

$\langle \mu_e \rangle, \langle \mu_m \rangle, \langle S_x \rangle$ na rozhraní uzel

$$\Theta_1 = 0^\circ, n_1 = 1, n_2 = 4,$$

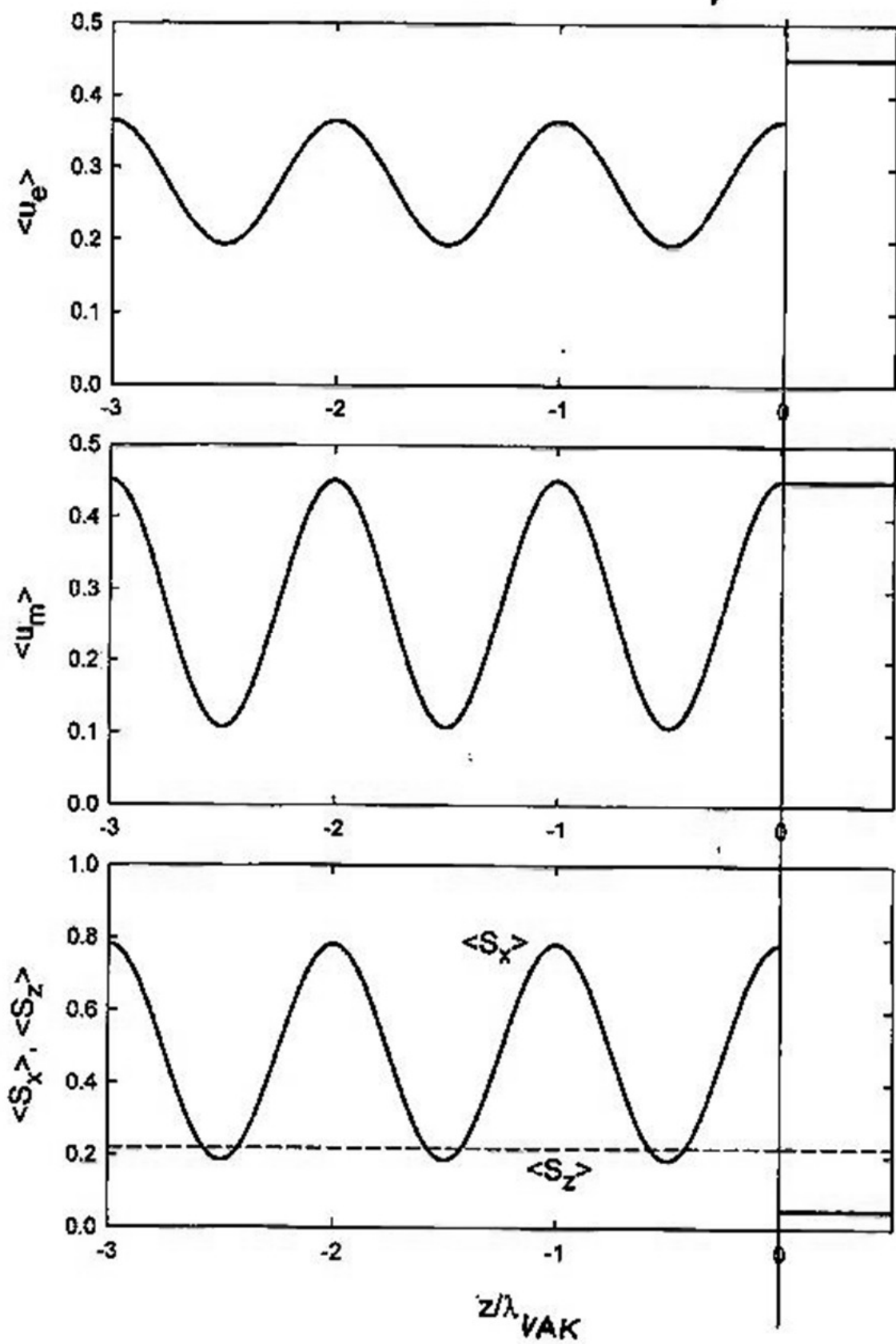


$\theta_1 = 45^\circ, n_1 = 1, n_2 = 4, \text{polarizace } p$

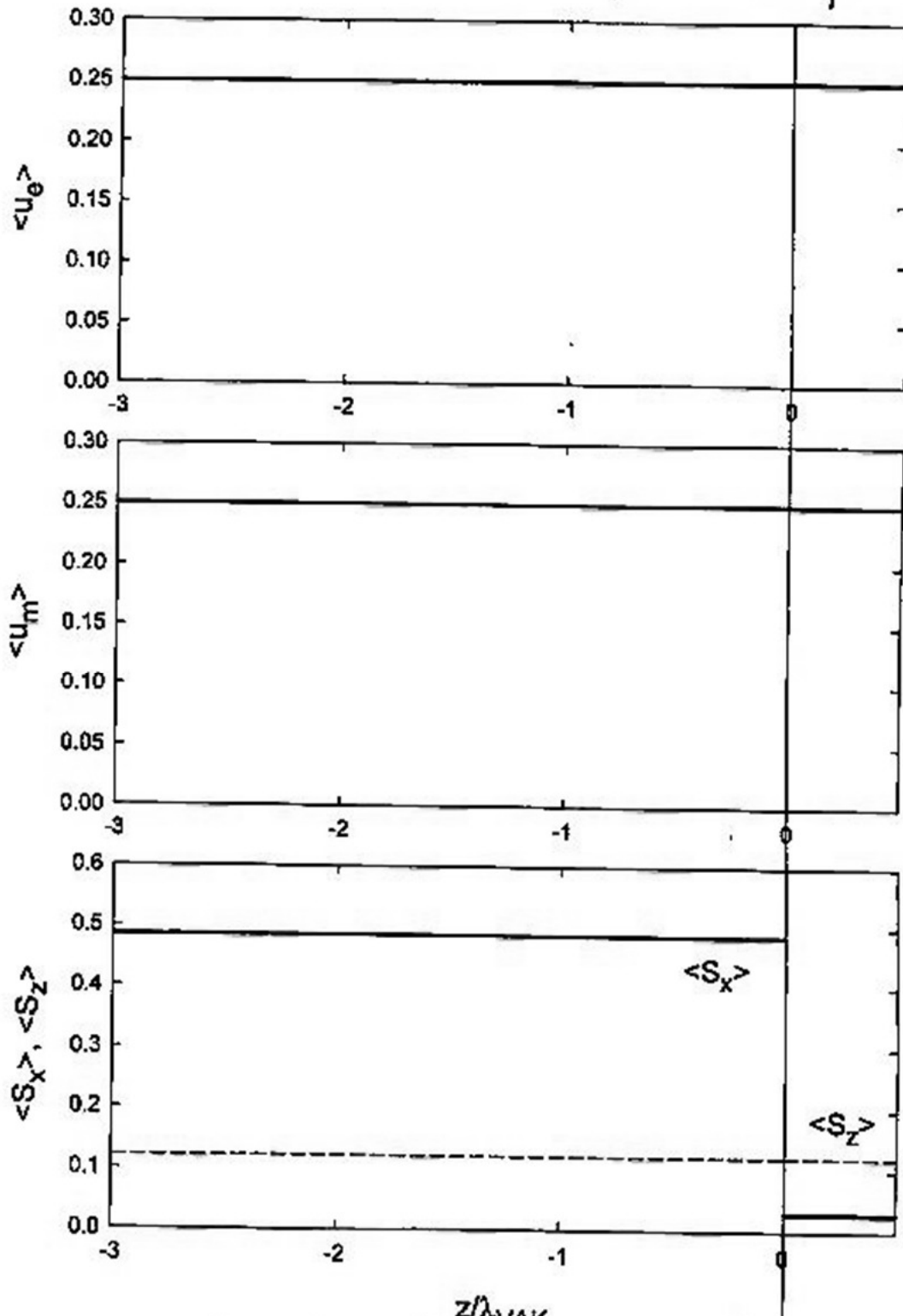


$\langle u_e \rangle$ není modulováno, ^{ZÁVAK} "pádání interference"

$\theta_1 = 60^\circ, n_1 = 1, n_2 = 4, \text{ polarizace } p$

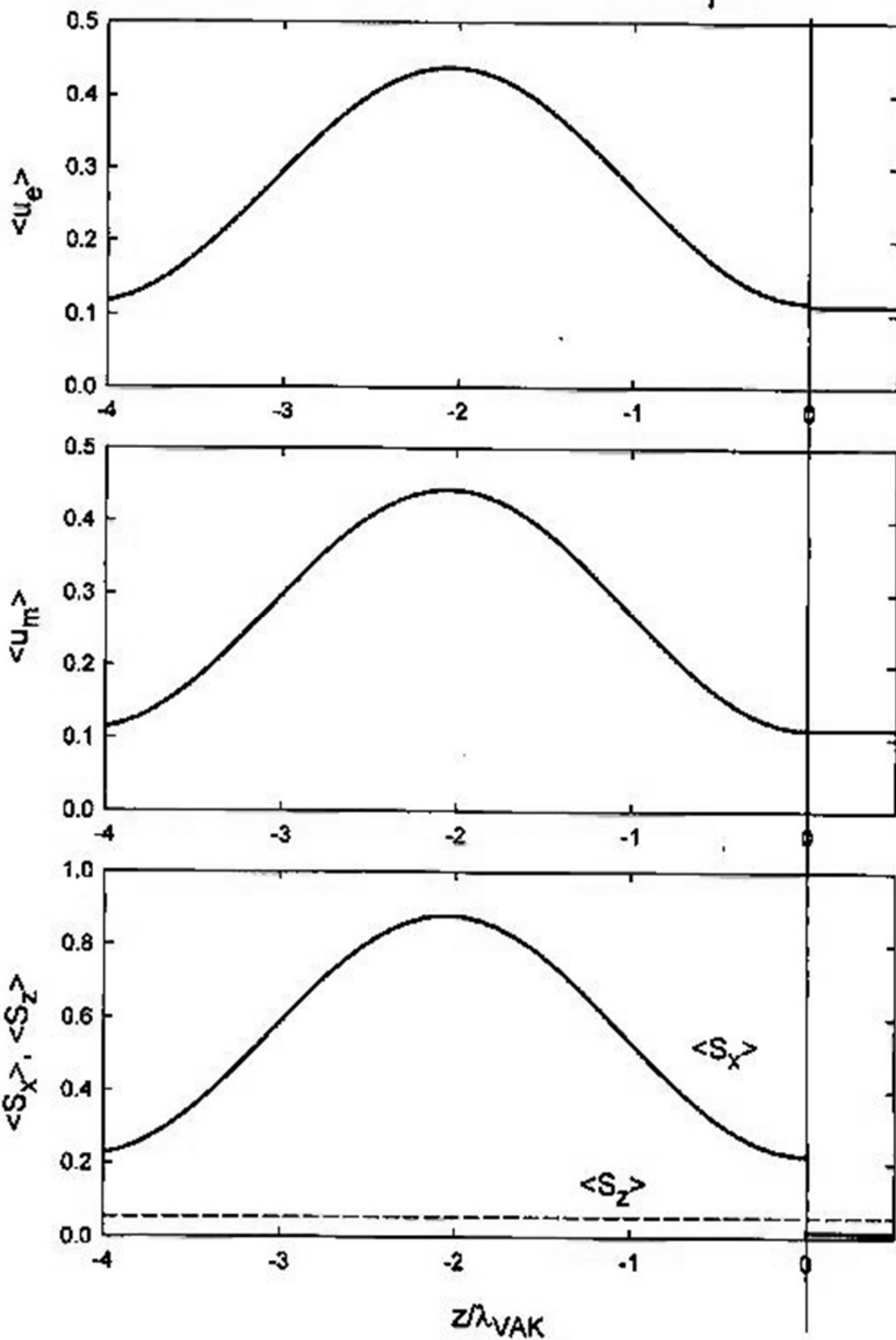


$\Theta_1 = \Theta_{BR} = 75.96^\circ$, $n_1 = 1$, $n_2 = 4$, polarizace p

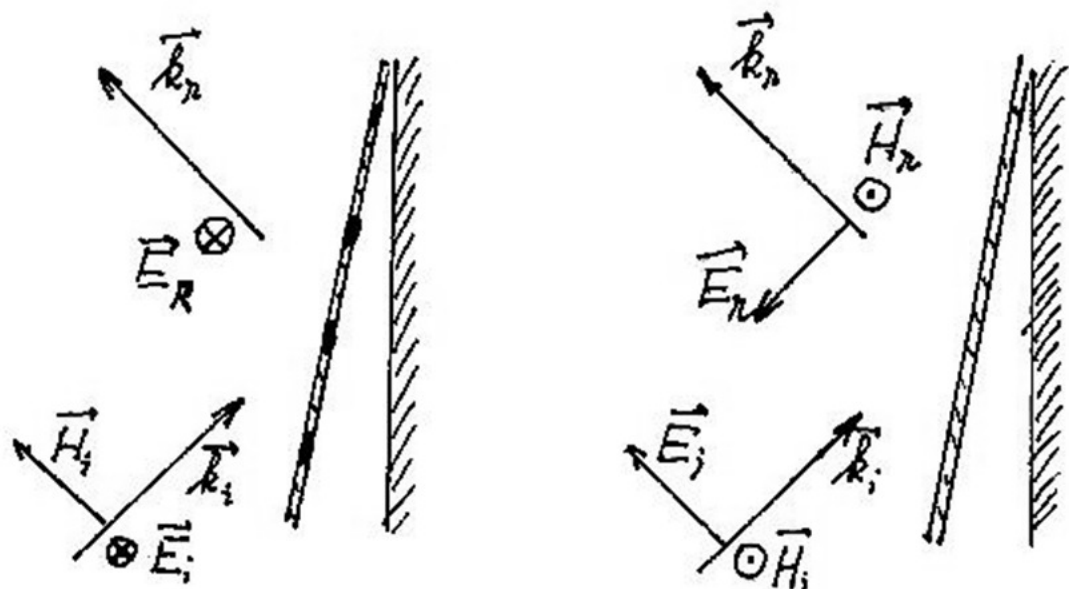


Na obou stranách rozhraní čistě postupná vlna
 ZLVAK

$\Theta_1 = 83^\circ, n_1 = 1, n_2 = 4, \text{polarizace } p$



Další typ experimentu Otto Wiener z r. 1890:
 polarizace s a p při $\Theta_1 = 45^\circ$



Průhy různými fotografickými emulzemi

POZOROVÁNY

$$\vec{E}_i \parallel \vec{E}_r$$

NEPOZOROVÁNY

$$\vec{E}_i \perp \vec{E}_r$$

pro interferenci

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$$

Obdobným postupom lze diskutovat i případ $n_1 > n_2$
opět s a p polarizaci

Navíc se objevují jevy úplného odrazu pro $\theta_1 > \theta_{KR}$

Pro $\theta_1 > \theta_{KR}$ lze do Fresnelových vztahů dosadit

$$\cos \theta_2 = i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - 1} \quad \text{kde } \sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 > 1$$

θ_2 komplexní úhel

Pak $r_s = r_{SR} + i r_{SI}$, $r_p = r_{PR} + i r_{PI}$ jsou komplexní
a výsledkem je obecný fázový posun při odrazu.*)

Kmitový a uzly pak neleží přímo v rozhraní,
ale jsou od rozhraní posunuty.

Nejvýraznější je to blízko θ_{KR}

Pro $n_1 = 4$, $n_2 = 1$ je $\theta_{KR} \doteq 14,478^\circ$

Pro $\theta_1 > \theta_{KR}$ je $\langle S_z \rangle_0 = 0$ (úplný odraz)

ale $\langle S_x \rangle_0 > 0$ na obou stranách rozhraní

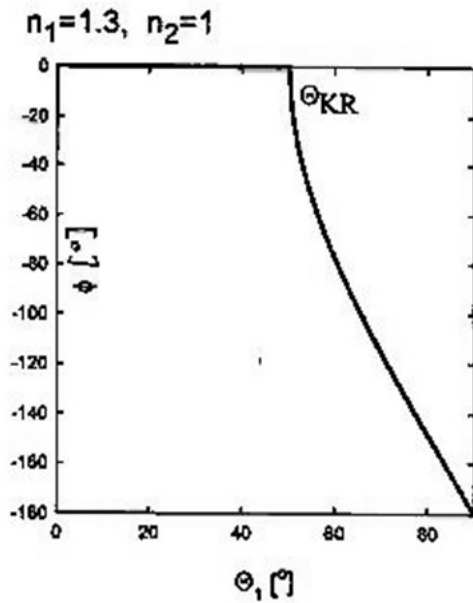
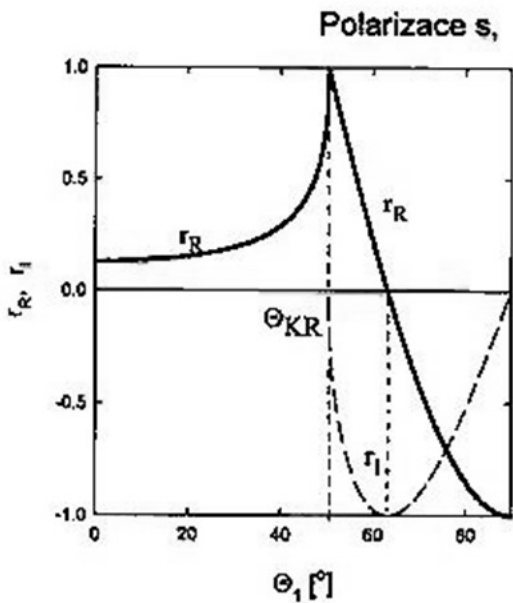
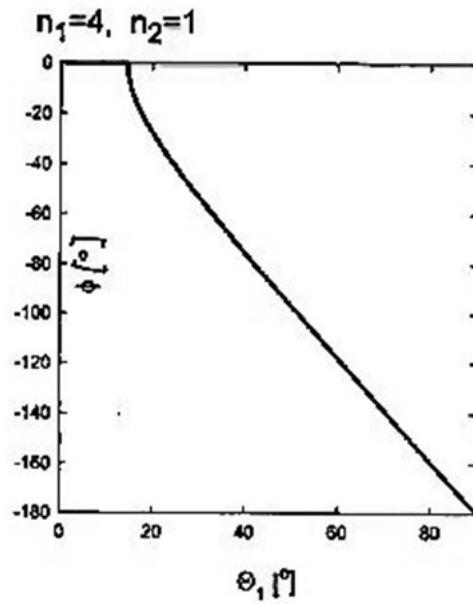
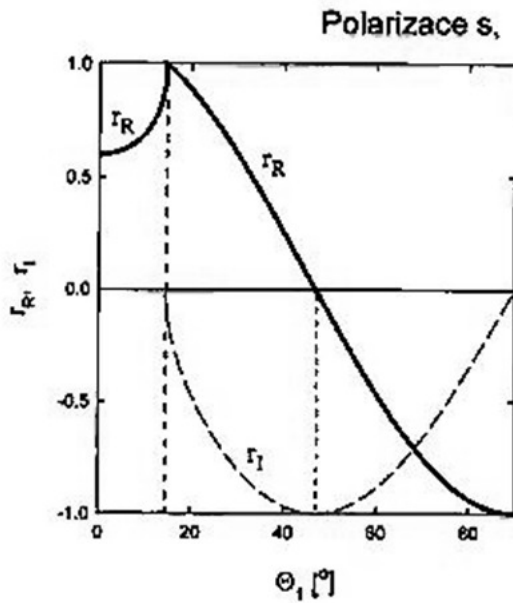
a tím, že pro $z > 0$ (v prostředí 2)

je pozorován vlnlum v důsledku vlastností
evanescentní vlny.

$$*) \quad r_s = |r_s| \cdot e^{i\phi_s} \quad r_p = |r_p| \cdot e^{i\phi_p}$$

$$\theta_1 > \theta_{KR} \quad |r_s| = |r_p| = 1$$

Polarizace s, $n_1 > n_2$

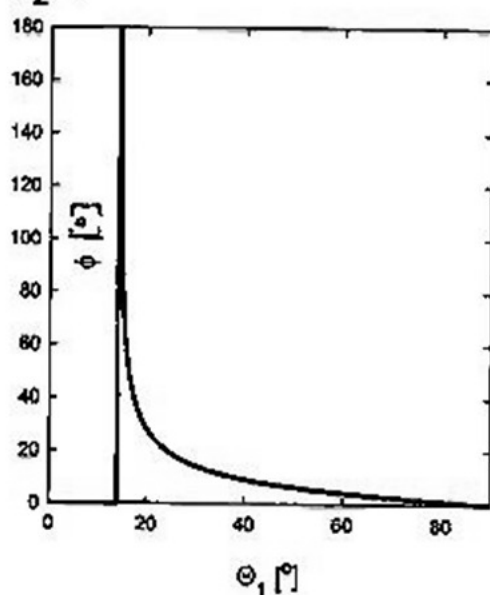
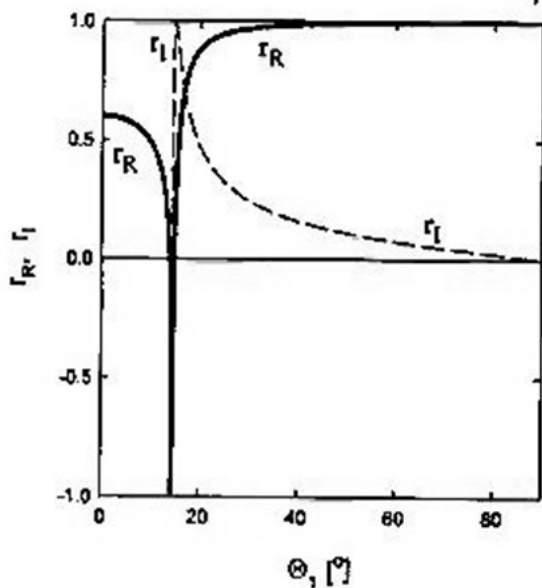


$0 \text{ až } \theta_{KR} \quad n_S > 0 \quad \text{reálné!} \quad \phi_s = 0$
 $\theta_{KR} \text{ až } \theta_{ZH} \quad n_{SR} > 0, n_{SI} < 0 \quad \phi_s = 0 \div -90^\circ$
 $\theta_{ZH} \text{ až } 90^\circ \quad n_{SR} < 0, n_{SI} < 0 \quad \phi_s = -90^\circ \div -180^\circ$

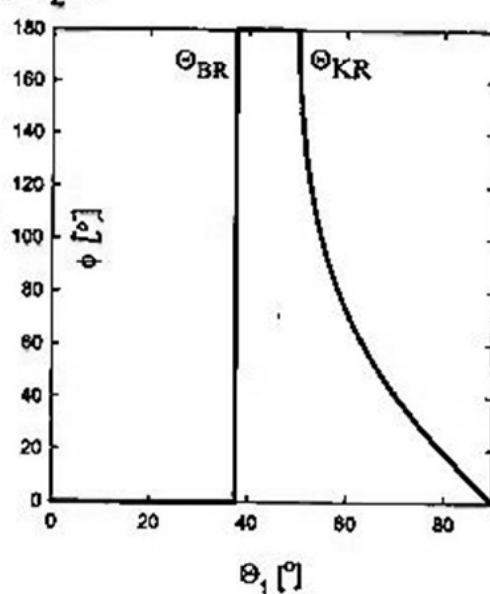
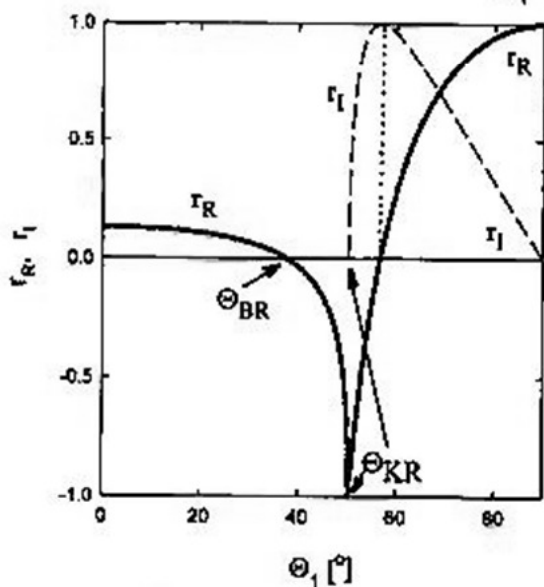
$$\cos 2\theta_{ZH} = \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

POLARIZACE p $n_1 > n_2$

$n_1=4, n_2=1$

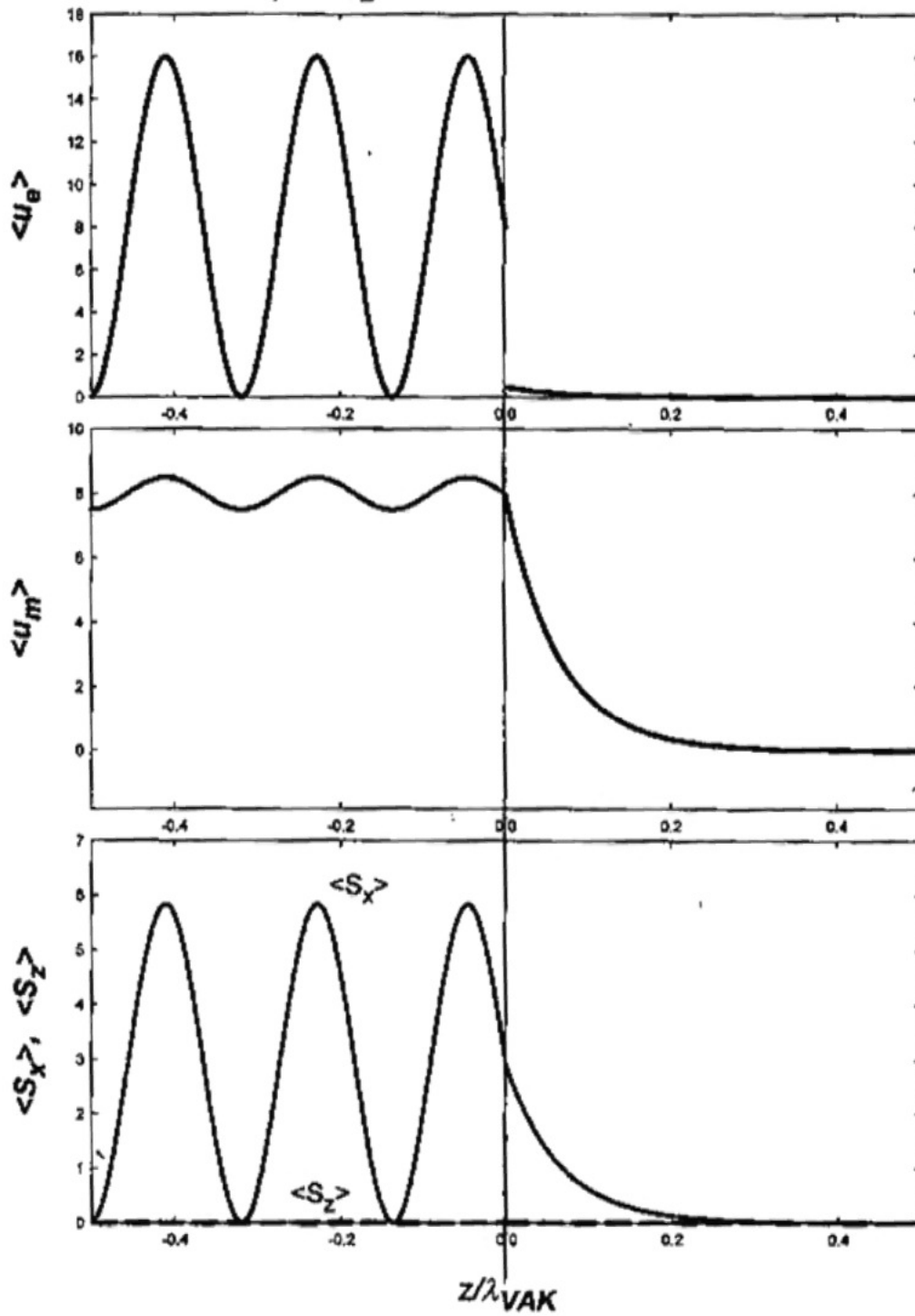


$n_1=1.3, n_2=1$



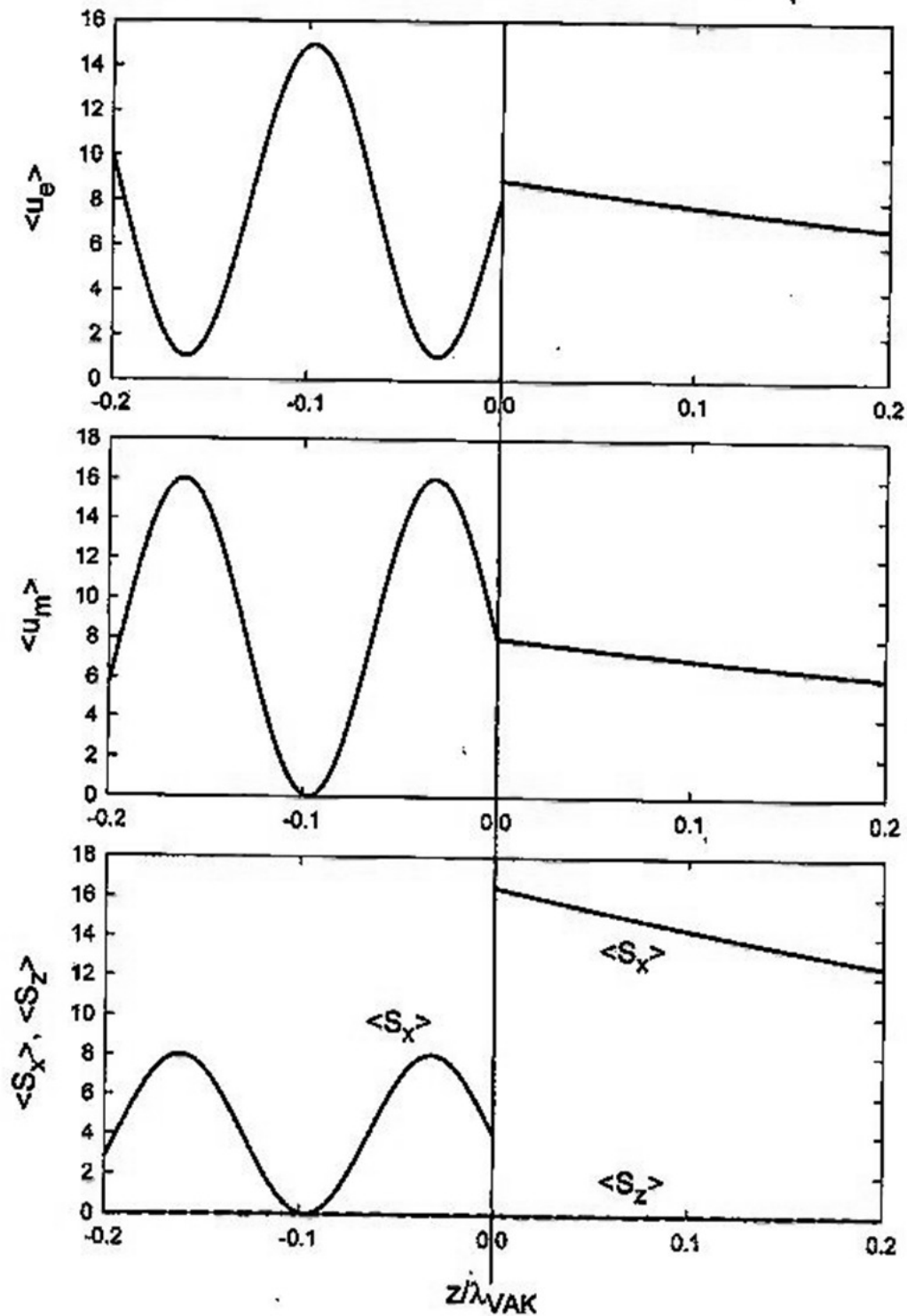
\ominus
 0 a \bar{z} \ominus_{BR} $\nu_p > 0$ reálné $\text{Arg } \phi = \frac{\nu_I}{\nu_R} = 0$; $\Phi = 0$
 \ominus_{BR} a \bar{z} \ominus_{KR} $\nu_p < 0$ reálné $\Phi = 180^\circ$
 \ominus_{KR} a \bar{z} 90° ν_p komplexní, $\nu_p \cdot \nu_p^* = 1$, $\Phi = 0 \div 180^\circ$
 $\nu_p = e^{i\Phi}$

$\Theta = 46.79^\circ$ $n_1 = 4$, $n_2 = 1$, polarizace s



$$\nu_{SR} = 0, \quad \nu_{SI} = -1 \quad \phi_s = -90^\circ$$

$\Theta_1 = 14.90353^\circ$, $n_1 = 4$, $n_2 = 1$, polarizace p



$$n_{pR} = 0 \quad n_{pI} = 1 \quad \phi_p = 90^\circ$$

jiné měřítka osy z než pro polarizaci s

Průklady jednoduší vrstvy na substrátu
pro kolmý dopad $\Theta = 0$

$$n_1 = 1 < n_2 = 2 < n_3 = 4$$

tloušťka vrstvy	Poplatingiv vektor S_z [rel. j]	
0	0,64	
$j \cdot \frac{\lambda_{\text{MATER}}}{2}$	0,64	
$(2j+1) \cdot \frac{\lambda_{\text{MATER}}}{4}$	1,0	ideální antireflexní vrstva $n_2 = \sqrt{n_1 \cdot n_3}$

Průklad $n_1 = 1 < n_2 = 4 > n_3 = 2$

$$(2j+1) \cdot \frac{\lambda_{\text{MATER}}}{4} \quad S_z = 0,4 \text{ v.j.} \quad \text{jednoduché, nepřítis pŕiorné rozadlo}$$

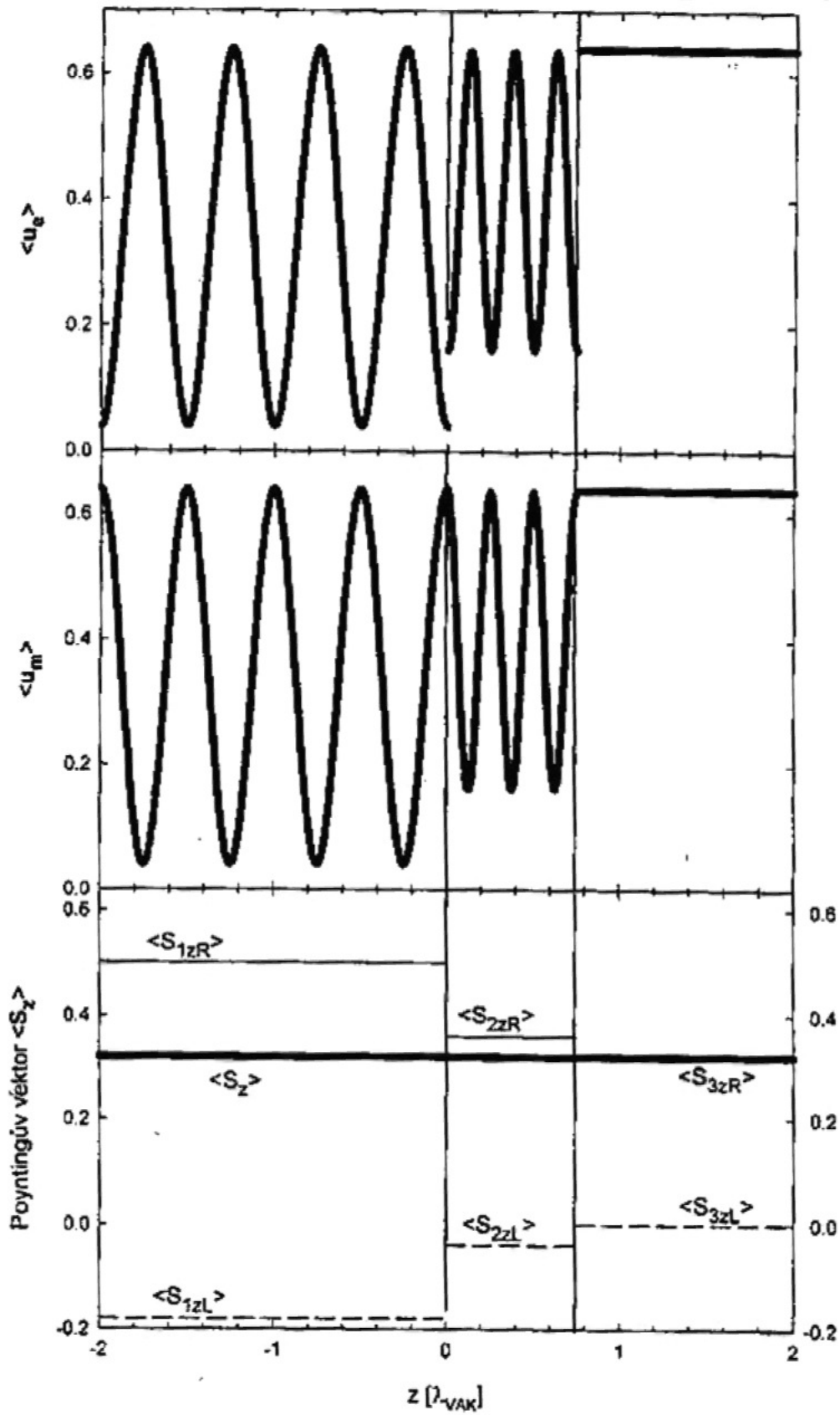
Vrstva s neutrálním plivem na odrazivosL

$$d_2 = \frac{\lambda_{\text{VAK}}}{2n_2} \cdot j \quad j \text{ celé číslo}$$

Vrnutí takové vrstvy i do složitějších struktur nepřinese pro monochromatickou plnu řádovou změnu.

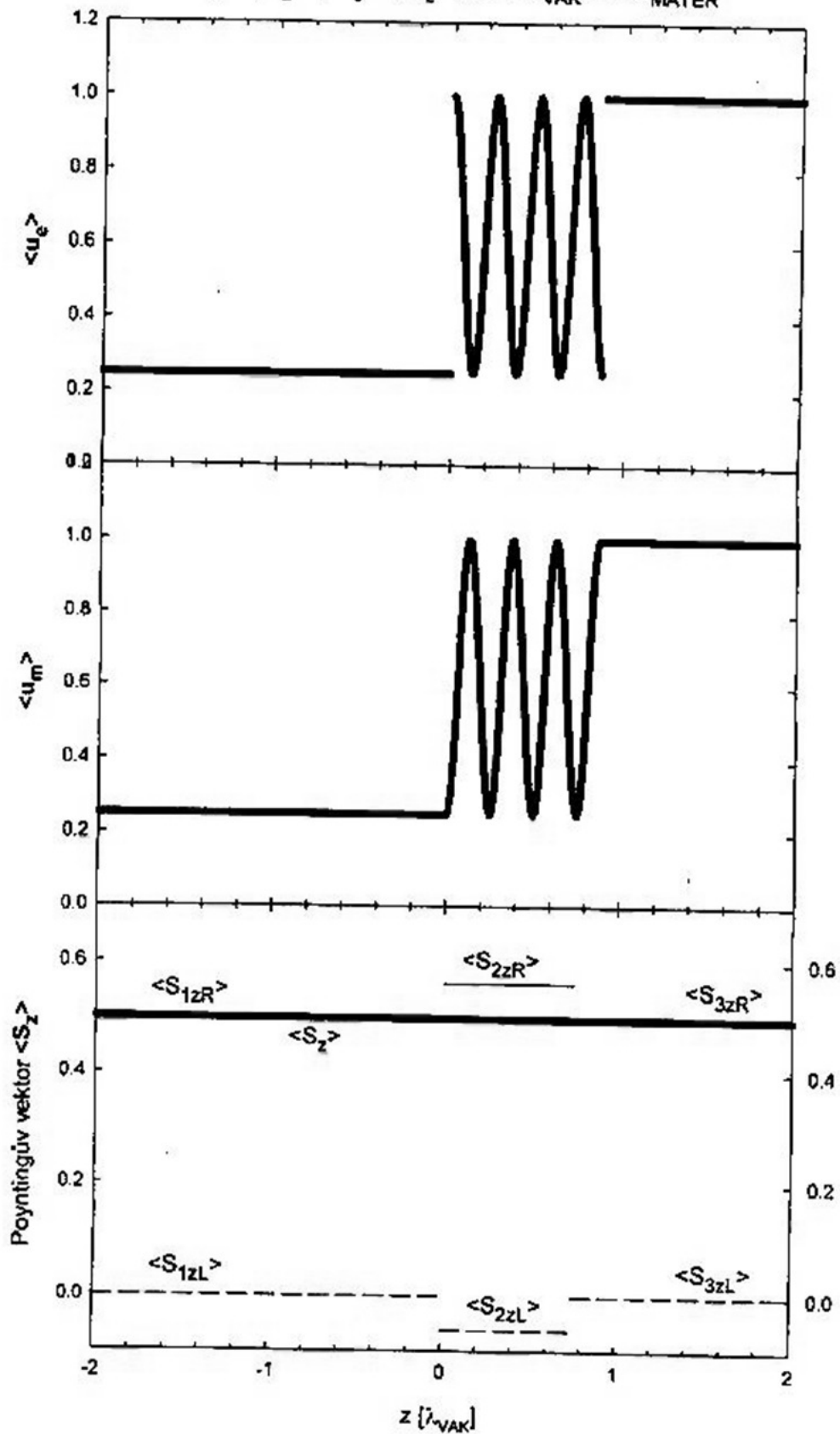
Žádný kóinek rozstvy $j \cdot \frac{\lambda_{\text{WATER}}}{2}$

$$n_1=1, n_2=2, n_3=4, d_2=0.75 \lambda_{\text{VAK}} = \frac{3}{2} \lambda_{\text{WATER}}$$



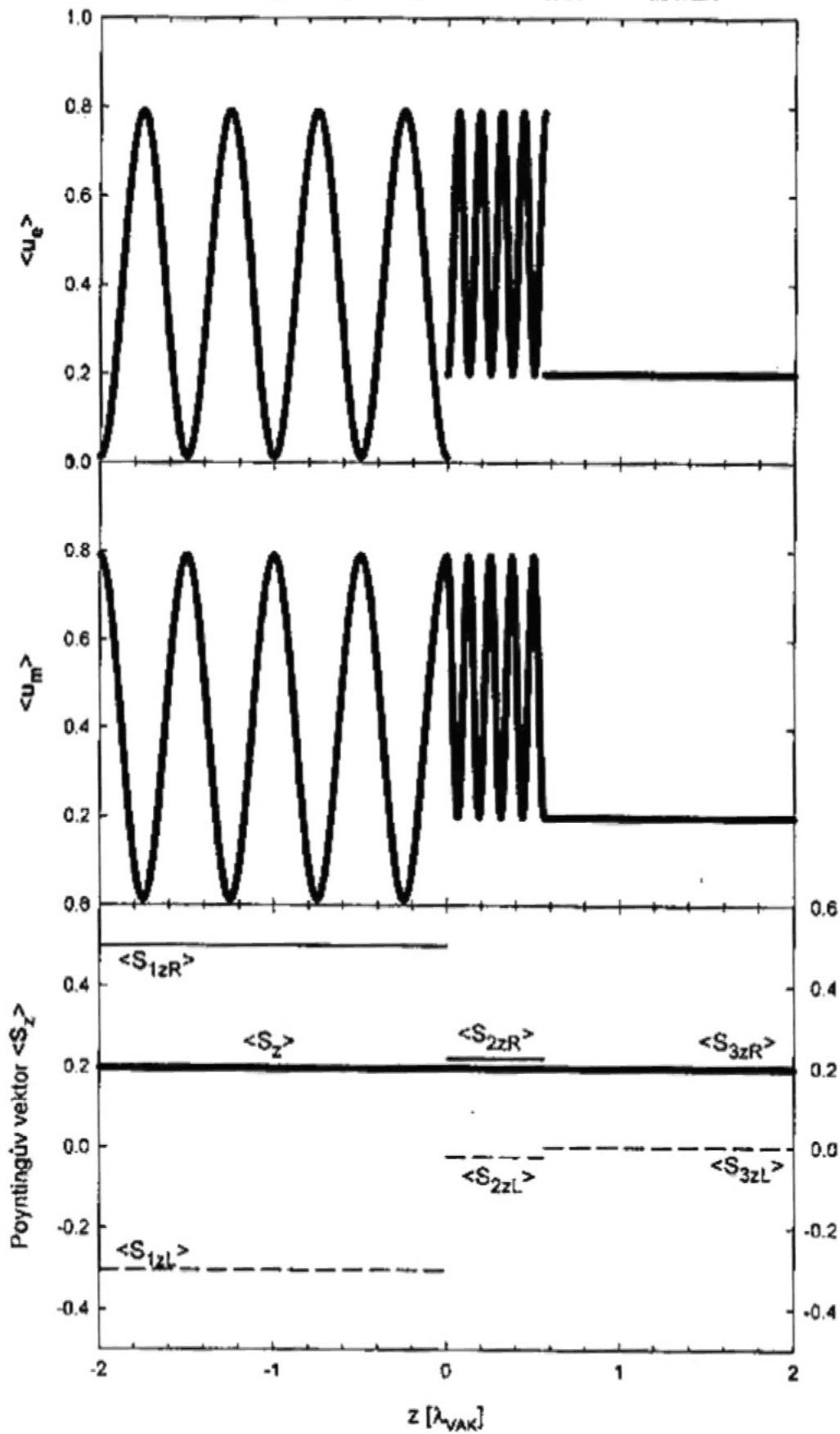
Antireflevni ristva

$$n_1=1, n_2=2, n_3=4, d_2=0.875 \lambda_{\text{VAK}}=7/4 \lambda_{\text{MATER}}$$

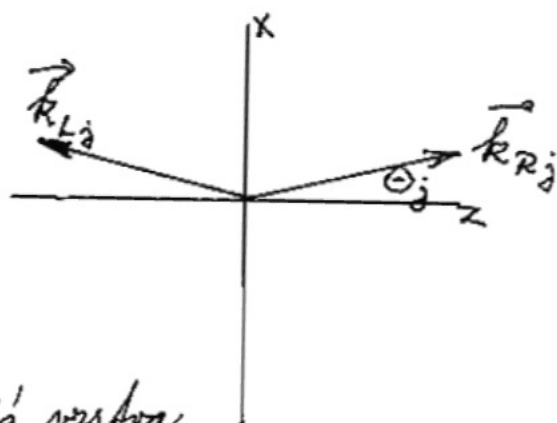
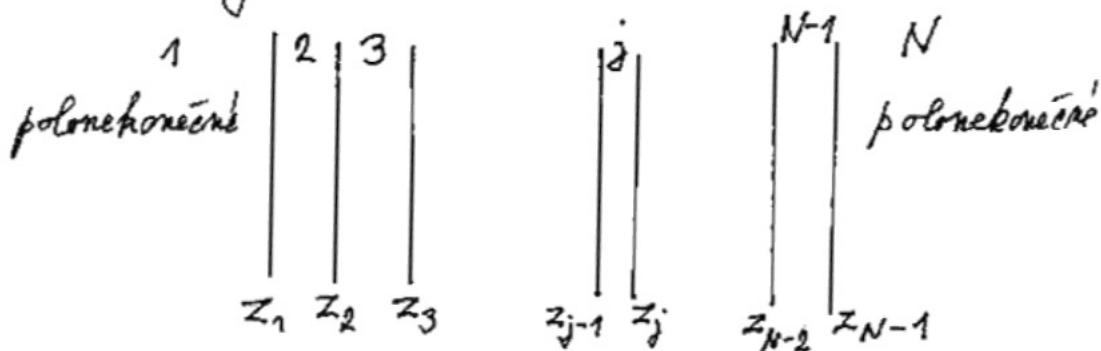


Nepřítivá kóinné křádlo

$$n_1=1, n_2=4, n_3=2, d_2=0.5625 \lambda_{\text{VAK}}=9/4 \lambda_{\text{MATER}}$$



Matricový formalismus pro vícenásobné planoparalelní vrstvy



ZDE: každá vrstva
neabsorbující, homogenní, izotropní, nemagnetická, ...

∴ každým místě superpozice jedné postupné vlny
běžící doprava a jedné postupné vlny běžící doleva
$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_R(\vec{r}) + \vec{E}_L(\vec{r}).$$

V případě šikmého dopadu (šíření) je nutno
popisovat rozložení polarizací s a polarizací p.

Stačí zkoumat tečné složky k rozhraní

E_x, H_y pro p; E_y, H_x pro s

Platí: zákon lomu na každém rozhraní
 spojitelných prostředí ϵ, μ
 na každém rozhraní
 \Rightarrow konstantní $\langle S_z \rangle$ podél celé
 struktury.

V každém materiálu ($j = 1 \dots N$) pro dané
 uspořádání lze zavést admitanci

$$Y_j^{(j)}(n_j, \text{polarizace}, \Theta_j(\Theta_1))$$

$$Y_j^{(s)} = \frac{1}{Z_0} n_j \cos \Theta_j \quad Y_j^{(p)} = \frac{1}{Z_0} \frac{n_j}{\cos \Theta_j}$$

$$Z_0 = c \cdot \mu_0 = \frac{\mu_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

impedance vakua,

Fázový posuv pro vlnu j složitky k_j

$$\varphi_j = \frac{\omega}{c} \cdot k_j \cdot n_j \cdot \cos \Theta_j \quad k_j = z_j - z_{j-1}$$

(při „definici“ vlny „dopřava“ $E_R \sim e^{i(kz - \omega t)}$)

Vztah mezi poli na rozhraní $j-1$ a j
 je přes interferenční matici $M_j^{(j)}$ (polar.)

$$M_j^{(j)} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_j & \frac{i}{Y_0} \sin \varphi_j \\ i Y_0 \sin \varphi_j & \cos \varphi_j \end{pmatrix}$$

např. pro polarizaci p

$$\begin{pmatrix} E_x(z_j) \\ H_y(z_j) \end{pmatrix} = M_j^{(p)}(\varphi_j) \begin{pmatrix} E_x(z_{j-1}) \\ H_y(z_{j-1}) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} E_x(z_{j-1}) \\ H_y(z_{j-1}) \end{pmatrix} = M_j^{(p)}(-\varphi_j) \begin{pmatrix} E_x(z_j) \\ H_y(z_j) \end{pmatrix}$$

Vztah mezi celkovým řečným polem dané polarizace v místě z a řečnými složkami postupných pln doprava E_R a dolava E_L lze též popsat maticeově, např.: $z \in \text{vrstva } j$

$$\begin{pmatrix} E_x(z) \\ H_y(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ Y_j^{(p)} & -Y_j^{(p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xR}(z) \\ E_{xL}(z) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} E_{xR}(z) \\ E_{xL}(z) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/Y_j^{(p)} \\ 1 & -1/Y_j^{(p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(z) \\ H_y(z) \end{pmatrix}$$

Příspěvky vln "doprava" a "doleva" k poli
 vycházejícím v z_{N-1} do prostředí N

$$\begin{pmatrix} E_{xR}(z_{N-1}) \\ E_{xL}(z_{N-1}) \end{pmatrix}_N = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/Y_N^{(p)} \\ 1 & -1/Y_N^{(p)} \end{pmatrix} \cdot M_{N-1}^{(p)}(\varphi_{N-1}) \cdot \dots$$

$$\dots \cdot M_2^{(p)}(\varphi_2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ Y_1^{(p)} & -Y_1^{(p)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{xR}(z_1) \\ E_{xL}(z_1) \end{pmatrix}_1$$

vstup
v prostředí
1

nebo opačně pole na vstupu při zadaném výstupu

$$\begin{pmatrix} E_{xR}(z_1) \\ E_{xL}(z_1) \end{pmatrix}_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/Y_1^{(p)} \\ 1 & -1/Y_1^{(p)} \end{pmatrix} \cdot M_2^{(p)}(-\varphi_2) \cdot \dots$$

v prostředí 1

$$\dots \cdot M_{N-1}^{(p)}(-\varphi_{N-1}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ Y_N^{(p)} & -Y_N^{(p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xR}(z_{N-1}) \\ E_{xL}(z_{N-1}) \end{pmatrix}_N$$

v prostředí
N

$$\begin{pmatrix} E_{xR}(z_1) \\ E_{xL}(z_1) \end{pmatrix}_1 = S^{(p)} \begin{pmatrix} E_{xR}(z_{N-1}) \\ E_{xL}(z_{N-1}) \end{pmatrix}_N$$

v prostředí 1 v prostředí N

$$S^{(p)} = \begin{pmatrix} \Delta_{11}^{(p)} & \Delta_{12}^{(p)} \\ \Delta_{21}^{(p)} & \Delta_{22}^{(p)} \end{pmatrix} \quad \text{matice přenosu}$$

Pro výstup do poleprostoru $z > z_{N-1}$ bez "zpětné"
vlny $E_{xL}(z_{N-1}) = 0$ je

$$\begin{pmatrix} E_{xR}(z_1) \\ E_{xL}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} \cdot E_{xR}(z_{N-1}) \\ A_{21} \cdot E_{xR}(z_{N-1}) \end{pmatrix}$$

\Rightarrow amplitudový koeficient odrazu šerých složek

$$\Gamma_{\pm}^{(R)} = \frac{E_{xL}(z_1)}{E_{xR}(z_1)} = \frac{A_{21}}{A_{11}}$$

amplitudový koeficient transmisie šerých složek

$$T_{\pm}^{(R)} = \frac{E_{xR}(z_{N-1})}{E_{xR}(z_1)} = \frac{1}{A_{11}}$$

Velmi četné aplikace vícenásobných vrstev

Antireflexní vrstvy

Dielektrická zrcadla

Barevné filtry širokopásmové

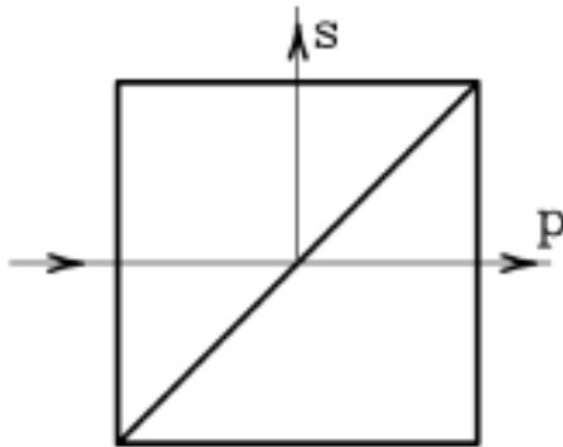
úzkopásmové

(Fabryho – Perotovy filtry)

Polarizační filtry (MacNeillův polarizátor)

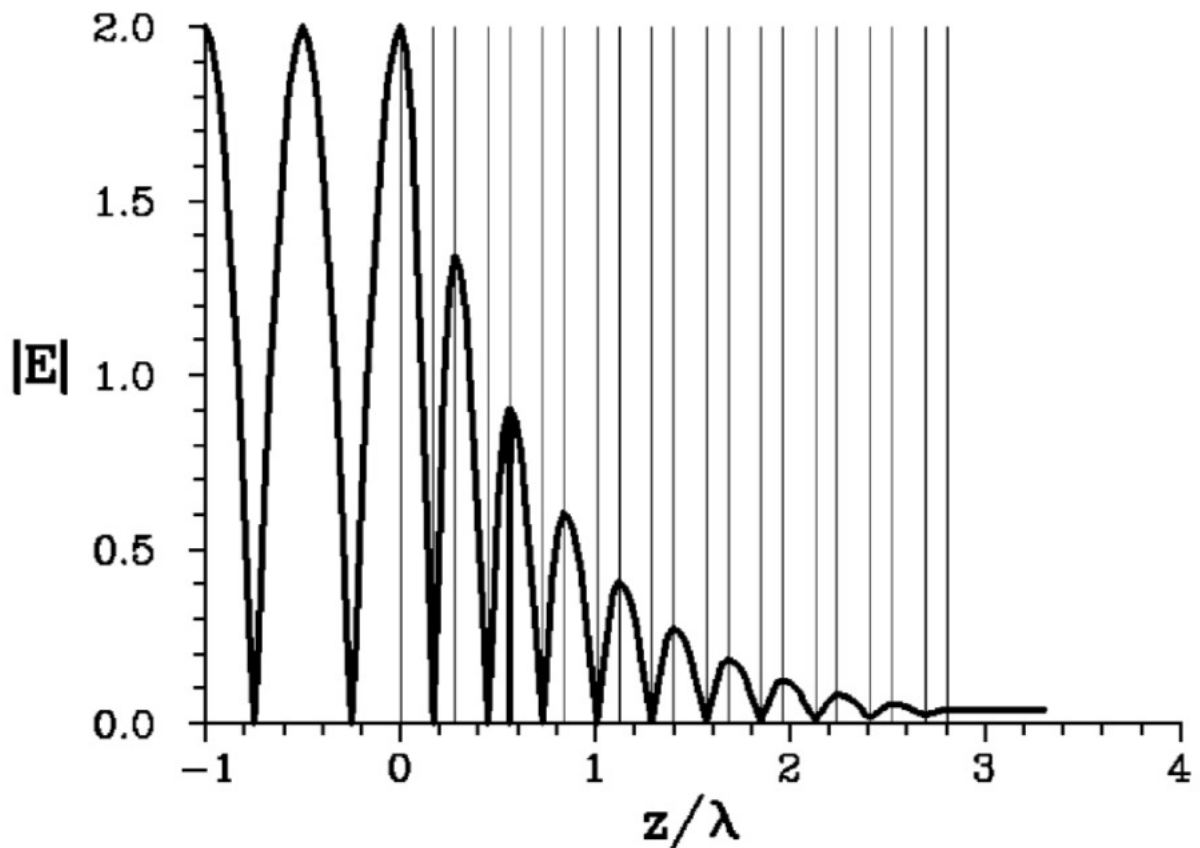
polarizace p : průchod bez odrazu při dopadu pod Brewsterovým úhlem

polarizace s : odraz na vícevrstevnatém dielektrickém zrcadle



Děliče svazků

Při aplikacích s intenzívním laserovým zářením je důležitá velikost elektrického pole uvnitř struktury



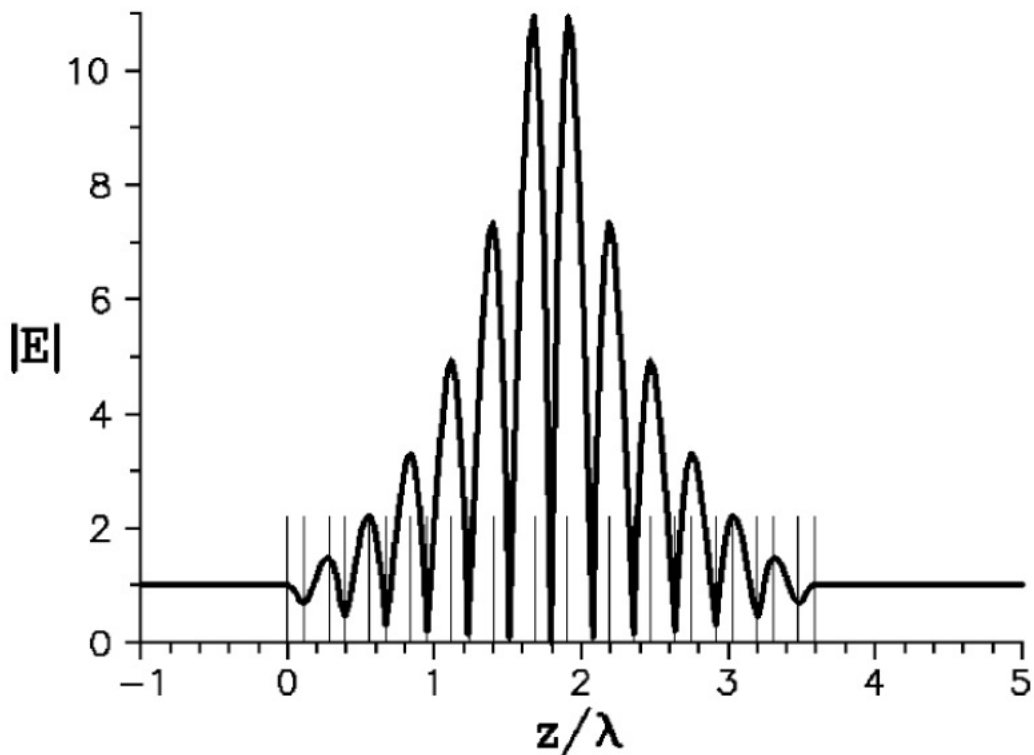
Příklad rozložení amplitud elektrického pole v **dielektrickém zrcadle** na skle složeném z 10 párů vrstev o nižším a vyšším indexu lomu, tloušťka každé vrstvy $\lambda_{\text{MATER}}/4$. Amplituda dopadající vlny $|E|=1$.

Obvyklý technický způsob značení

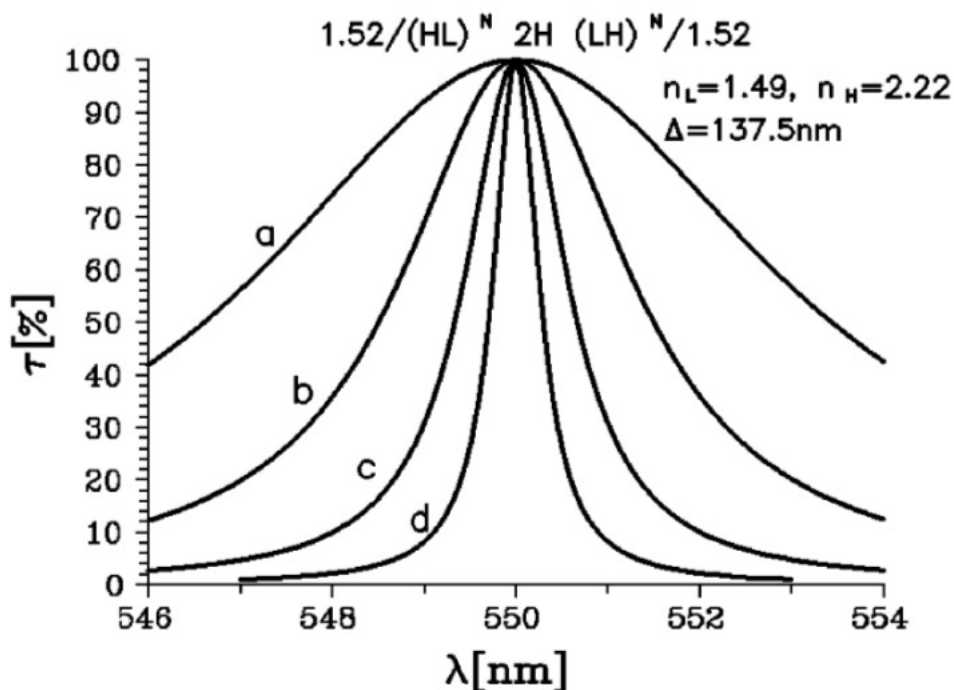
$$1 / (\text{LH})^{10} / 1,52$$

kde $n_0=1$ (index lomu pro $z < 0$); $n_g=1,52$ (index lomu substrátu); $n_L=1,49$; $n_H=2,22$; (indexy lomu vrstev).

Podle Jaromír Křepelka, Optika tenkých vrstev, PřF UP, Olomouc 1996

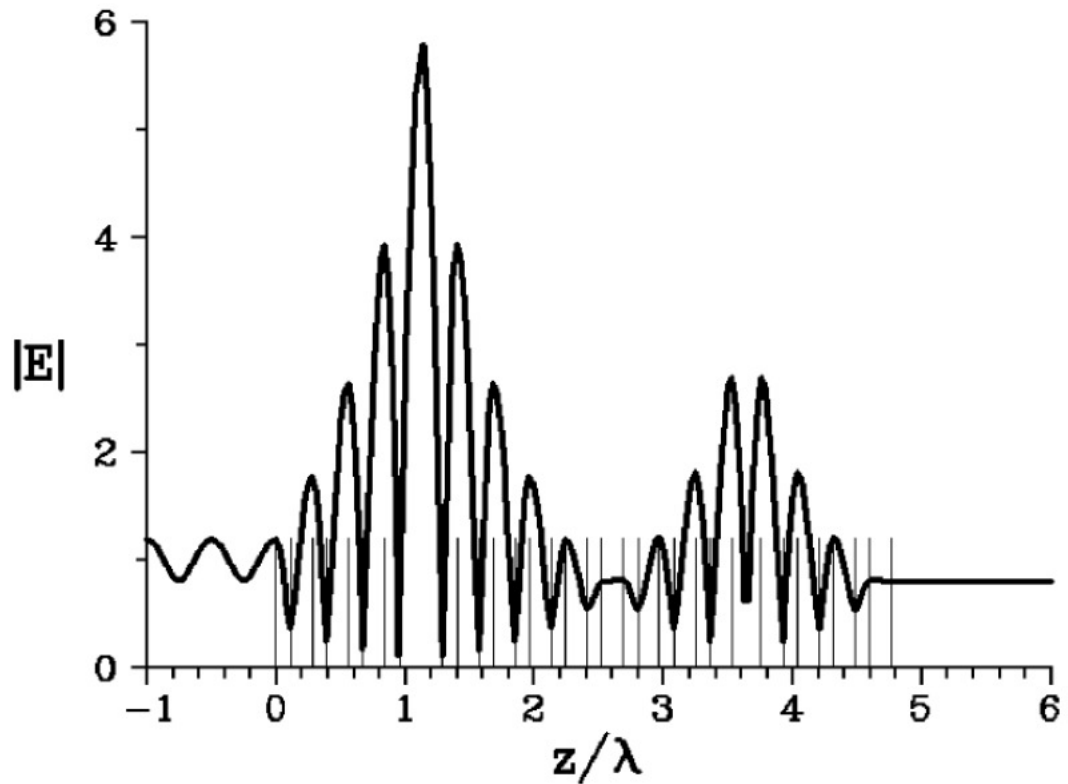


Rozložení amplitud elektrického pole v zatmeleném Fabryho – Perotově
 filtru $1,52 / (\text{HL})^6 2\text{H} (\text{LH})^6 / 1,52$;
 celkem 25 vrstev.



Spektrální závislost propustnosti Fabryho – Perotova filtru pro

- a) $N=4$, b) $N=5$, c) $N=6$, d) $N=7$

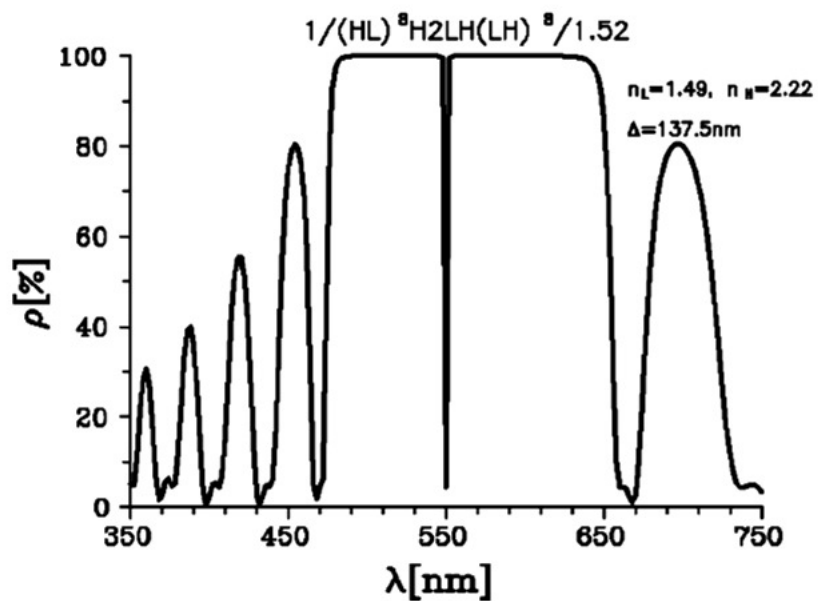


b)

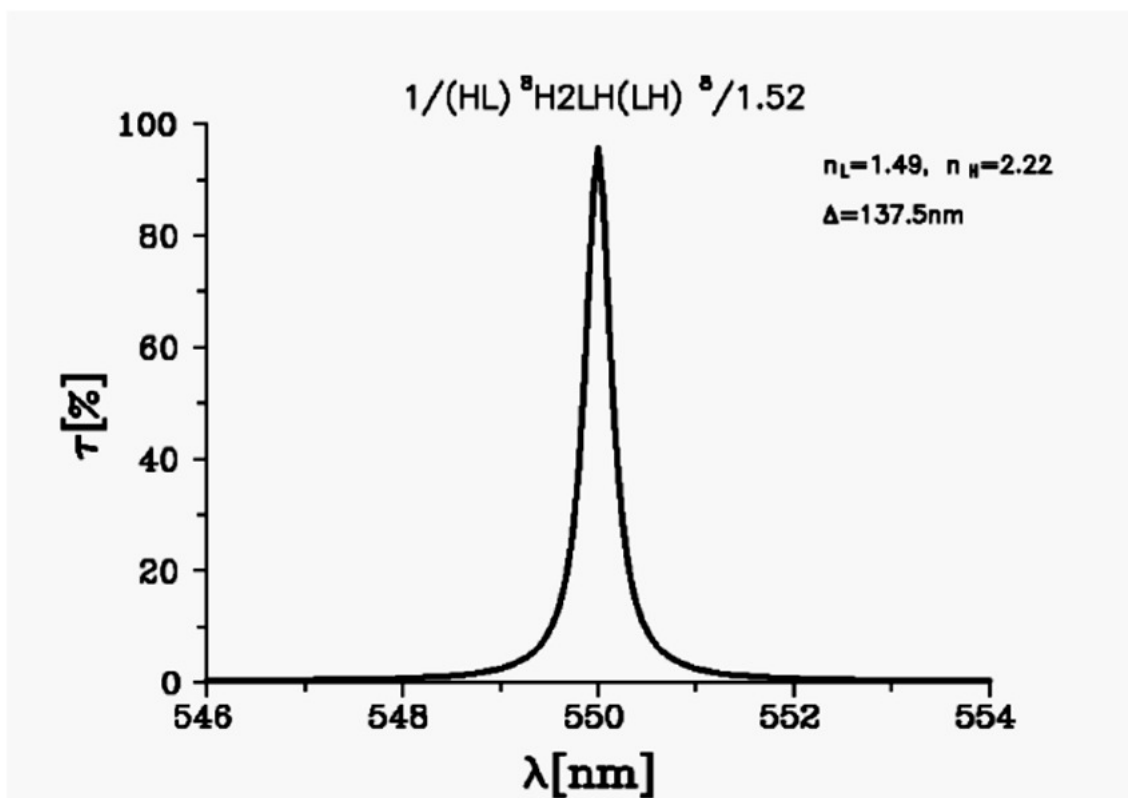
Fabryho – Perotův filtr na substrátu

$$1 / (\text{HL})^3 \text{H} \text{2L} (\text{HL})^8 \text{2L} \text{H} (\text{LH})^3 / 1,52.$$

Rozdělením na 3 “zrcadla” a dvě F-P “dutiny” se sníží maximální elektrické pole uvnitř.



Obr. VI-7a. Závislost koeficientu reflexe na vlnové délce.
ve struktuře $1 / (\text{HL})^8 \text{H} 2\text{LH} (\text{LH})^8 / 1,52$.



Detail výkonové propustnosti této struktury

Některé materiály pro přípravu tenkých optických vrstev

Materiál	Způsob nanášení	Index lomu	Oblast propustnosti [μm]	Poznámka
MgF ₂	l	1.38–1.46	0.11–4	1.38 (520 nm)
ZnS	l	2.19–2.3	0.4–14	2.32 (520 nm)
SiO ₂	e	1.45–1.46	0.2–9	
SiO → Si ₂ O ₃ &SiO ₂	l	1.49–1.55	0.4–9	reaktivní napařování
TiO ₂	e			
TiO → TiO ₂	l	1.9–2.55	0.4–3	reaktivní napařování
ThF ₄	l	1.52	0.2–15	radioaktivní
CeF ₃	l	1.63	0.3–5	
Na ₃ AlF ₆ kryolit	l	1.32–1.35	0.2–14	
MgO	e	1.7–1.74	0.2–8	
SiO	l	2	0.7–9	
ThO ₂	e	1.93	blízká UV	radioaktivní
PbF ₂	l	1.75–1.98	0.3–17	
ZrO ₂	l, e	1.97–2.05	0.34–12	
CeO ₂	l, e	2.2	0.4–12	
Si	l, e	3.4	1–9	
Ge	l, e	4.4	2–23	
PbTe	l	5.6	3.2–20	
Ag	l	0.15 –i3.36		550 μm
Al	l	0.82 –i5.99		550 μm
Au	l	0.331–i2.34		550 μm
Cr	l	3.452–i4.85		550 μm
Ta ₂ O ₅		2.20–2.45		

Poznámka:

„l“ označuje nanášení pomocí ohřevu z lodičky, „e“ ohřev elektronovým paprskem.

Některé vhodné kombinace materiálů pro viditelnou a blízkou infračervenou oblast:

(ZnS, MgF₂), (TiO₂, SiO₂), (ZnS, ThF₄), (ZnS, Na₃AlF₆), (ZnSe, Na₃AlF₆), (ZnSe, ThF₄), Ta₂O₅, (CeO₂, MgF₂).

Pro vlnovou délku $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$: (Ge, BaF₂), (CdTe, ThF₄).

Podle Jaromír Křepelka, Optika tenkých vrstev, PřF UP, Olomouc 1996

SI radiometry units

SI radiometry units

Quantity	Unit		Dimension		Notes
Name	Symbol ¹	Name	Symbol	Symbol	
Radiant energy Zářivá energie	Q_e	joule	J	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	Energy of electromagnetic radiation.
Radiant energy density (Objemová) hustota zářivé energie	w_e	joule per cubic metre	J/m^3	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	Radiant energy per unit volume.
Radiant flux Zářivý tok	Φ_e	watt	W or J/s	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	Radiant energy emitted, reflected, transmitted or received, per unit time. This is sometimes also called "radiant power".
Radiant intensity Zářivost	$I_{e,\Omega}$	watt per steradian	W/sr	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	Radiant flux emitted, reflected, transmitted or received, per unit solid angle. This is a <i>directional</i> quantity.
Radiance Zář	$L_{e,\Omega}$	watt per steradian per square metre	$W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2}$	$M \cdot T^{-3}$	Radiant flux emitted, reflected, transmitted or received by a <i>surface</i> , per unit solid angle per unit projected area. This is a <i>directional</i> quantity. This is sometimes also confusingly called "intensity" .
Irradiance Intenzita ozáření (ozařování) Intenzita záření	E_e	watt per square metre	W/m^2	$M \cdot T^{-3}$	Radiant flux <i>received</i> by a <i>surface</i> per unit area. This is sometimes also confusingly called "intensity" .

Radiosity	J_e^1	watt per square metre	W/m^2	$M \cdot T^{-3}$	Radiant flux <i>leaving</i> (emitted, reflected and transmitted by) a <i>surface</i> per unit area. This is sometimes also confusingly called "intensity" .
Radiant exitance Intenzita vyzařování	M_e	watt per square metre	W/m^2	$M \cdot T^{-3}$	Radiant flux <i>emitted</i> by a <i>surface</i> per unit area. This is the emitted component of radiosity. "Radiant emittance" is an old term for this quantity. This is sometimes also confusingly called "intensity" .
Radiant exposure Dávka	H_e	joule per square metre	J/m^2	$M \cdot T^{-2}$	Radiant energy received by a <i>surface</i> per unit area, or equivalently irradiance of a <i>surface</i> integrated over time of irradiation. This is sometimes also called "radiant fluence".

Intenzita záření neboli (plošná) **hustota zářivého toku** je radiometrická veličina definovaná jako měrná veličina zářivého toku na jednotku plochy. Její jednotkou je watt na metr čtvereční (W/m^2). Podobný výraz v angličtině a dalších jazycích (*radiant intensity*) však označuje zářivost, což je zcela jiná veličina s jinou jednotkou.

Při popisu konkrétních situací **intenzita záření** dostává specifitější názvy:

Název veličiny	Značka	Je intenzita záření...
intenzita vyzařování, zářivá emitance, zářivá exitance	M_e, H_e	...emitovaného povrchem zdroje
radiozita	J_e	...emitovaného + odraženého povrchem tělesa
ozářenost, (intenzita) ozáření	E_e	...dopadajícího na povrch tělesa