

4. Interference

Úvod

Jako interferenční jevy lze označit **odchyšky od sčítání výkonových intenzit záření**. Tyto odchyšky se za určitých podmínek projevují v prostorové modulaci intenzity záření. Ve vakuu nebo v lineárním prostředí platí v důsledku linearit Maxwellových rovnic v každém okamžiku součtové pravidlo pro intenzitu elektrického a magnetického pole (princip superpozice)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{B}_n(\mathbf{r}, t). \quad (4.1)$$

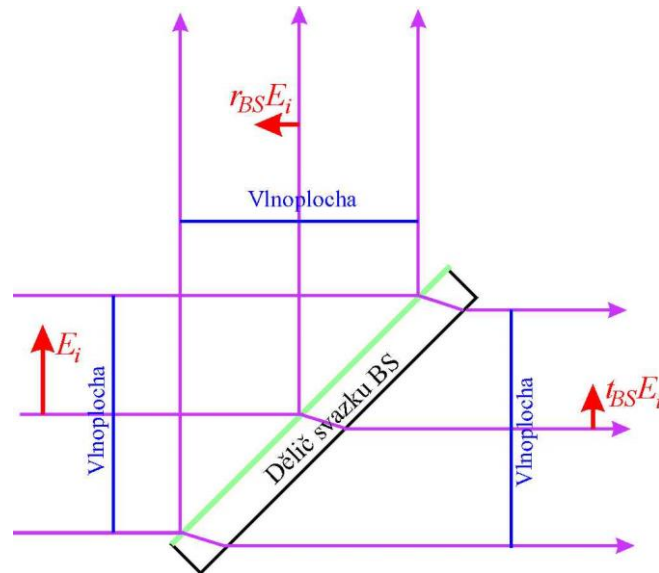
Elektrické pole však nejsme schopni ve spektrálním oboru viditelného záření detekovat. Zjednodušeně řečeno, za běžných podmínek v optické oblasti spektra pozorujeme při skládání vln střední hodnoty **hustoty elektrické energie**. Její velikost pro monochromatickou vlnu je

$$I = \langle u_E \rangle_T = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \varepsilon_r E_0^2 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 E_0^2.$$

Pro nemonochromatické vlnění středování probíhá přes obrovské množství dob kmitů. Výsledný efekt závisí na statistických vlastnostech skládaných vln. Pokud se zřetelně projevuje zmíněné skládání intenzit polí (v optickém oboru především \mathbf{E}), mluvíme o jevech interference. Schopnost vln interferovat je kvantitativně zachycena ve veličině zvané stupeň koherence, o které bude pojednáno v kapitole „Koherence“. Základním předpokladem pro dobré pozorování interferenčních jevů je podmínka, že doba integrace optického signálu (doba odezvy detektoru) je podstatně kratší než tzv. koherenční čas. V této kapitole se budeme zabývat jevy, při nichž je **sčítání monochromatických** polí \mathbf{E}_n dominantní. Monochromatické vlny stejné frekvence jsou dokonale koherentní.

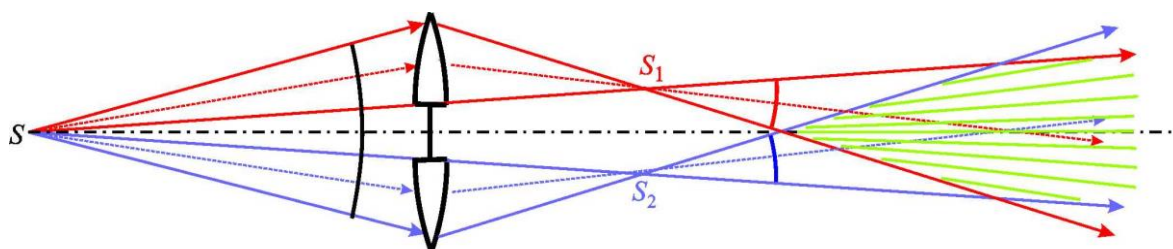
Interferenční obrazce, které jsou dostatečně stabilní v čase, můžeme ve viditelné části spektra registrovat buď přímo zrakem nebo pomocí různých detektorů registrujících obraz (fotografický film, CCD propojené systémy křemíkových fotodiod atd.) nebo nás může zajímat jen výsledek interference v určité malé oblasti prostoru, tj. v „bodě“, např. v klasické verzi fourierovské spektroskopie využívající interference v Michelsonově interferometru. V případě vizuálního pozorování máme možnost vložit do prostoru interferujících vln matnici a okem sledovat rozptýlené záření na jejím drsném povrchu nebo zaměřit interferující vlny přímo do oka. V prvním případě sledujeme reálný interferenční obrazec buď delokalizovaný v daném prostoru, kdy viditelnost obrazce nezávisí na poloze matnice, nebo reálný obrazec lokalizovaný v místě matnice. V druhém případě (interferujících vln vstupujících do oka) vlastně mozek registruje obraz na sítnici oka vytvořený zobrazovacím systémem oka (rohovka + oční čočka). Obecně při použití zobrazovacích prvků (ať v přístroji nebo v oku či obojí) se naskýtá možnost pozorovat i virtuální interferenční obrazce jako jsou interferenční obrazce lokalizované v nekonečnu (případ Haidingerových kroužků stejného sklonu) nebo interference na klínové vrstvě (Fizeauovy proužky stejné tloušťky).

Protože je velmi obtížné realizovat 2 a více zdrojů záření, které by produkovaly záření dostatečně shodných frekvencí, aby vznikl dostatečně dlouho stabilní interferenční obrazec, jsou interferenční jevy zpravidla demonstrovány při skládání vln odvozených z jednoho kvazimonochromatického zdroje po proběhnutí různých optických drah. Při „**dělení amplitudy**“ dochází k rozdělení elektrického pole (např. odrazem na rozhraní dvou prostředí) ve všech zúčastněných místech vlnoplochy. V některých optických přístrojích (např. ve většině interferometrů) dochází k „dělení amplitudy“ na speciálních strukturách – děličích svazku.

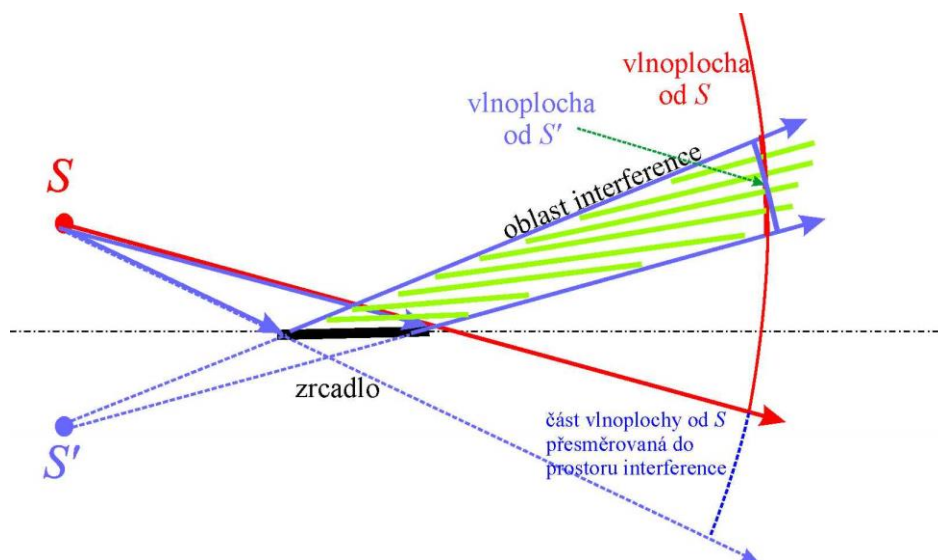


Obr. 4.1 Příklad dělení amplitudy rovinné vlny v děliči svazku. Rovně ve směru dopadající vlny postupuje vlna, kterou lze charakterizovat polem $t_{BS}E_i$, pole odkloněné vlny je $r_{BS}E_i$. r_{BS} a t_{BS} jsou amplitudové koeficienty odrazu a transmise

V druhém případě - při „**dělení vlnoplochy**“ jedna prostorová část vlnoplochy postupuje jednou optickou drahou, druhá část jinou drahou. Jako příklad experimentálního uspořádání vedoucího k **dělení vlnoplochy** můžeme uvést Billetovu dvojčočku (obr. 4.2). Jedná se o spojnou čočku, která je rozříznutá, a poloviny jsou vůči sobě posunuty. Centrální část je pro světlo neprůhledná. Bodový zdroj světla S je průhlednými částmi čočky zobrazen do dvou reálných zdrojů S_1 a S_2 . Kulové vlny emitované těmito reálnými obrazy zdroje S pak v čárkované oblasti prostoru interferují. Dalšími historickými příklady zdvojení zdroje kulových vln a dělení vlnoplochy jsou Fresnelův dvojhranol, Fresnelova zrcátka či Lloydovo zrcadlo (obr.4.3.). Ze zdroje světla S_1 se šíří kulové vlny a část vlnoplochy se odráží na zrcadle. Odražené vlny lze popsat jako vlny šířící se z virtuálního zdroje světla S_2 , který je lokalizován symetricky vůči zdroji S_1 vzhledem k rovině zrcadla. Odražené vlny interferují s vlnami postupujícími ze zdroje S_1 přímo (bez odrazu).



Obr. 4.2 Příklad dělení vlnoplochy: Billetova dvojčochka. S_1 a S_2 jsou obrazy zdroje S vytvořené dvěma vertikálně posunutými polovinami čočky. Jedna část kulové vlnoplochy vycházející ze zdroje S je zpracována horní částí čočky (naznačeno červeně), zatímco druhá část téže vlnoplochy je využita k zobrazení pomocí spodní části čočky. V interferenčním prostoru jsou zeleně naznačena místa maximální intenzity určená interferencí kulových vln vycházejících ze zdrojů S_1 a S_2 .



Obr. 4.3 Lloydovo zrcadlo jako příklad uspořádání využívající interference polí odvozených z různých částí původní kulové vlnoplochy: V oblasti interference kulových vln jsou zeleně symbolicky naznačena maxima intenzity.

Protože pro většinu detektorů ve viditelné oblasti spektra (včetně buněk v sítnici oka) je důležitá elektrická komponenta elektromagnetické vlny, budeme většinu výsledků prezentovat ve tvaru časově zprůměrované hustoty elektrické energie. V dalším textu se setkáme s pojmy paprsek, zobrazení optickou soustavou bodový zdroj, obraz bodu, které budou podrobněji rozebrány v dalších kapitolách. V **Dodatku 4.1** si povšimneme těchto pojmů z hlediska modelů prezentovaných v této kapitole.

V následujícím textu se omezíme na několik modelů interference pracujících s idealizací monochromatických rovinných vln. Budeme předpokládat, že vlny mají naprosto shodné frekvence. Probereme interferenci

- dvou rovinných vln s rovnoběžnými vlnovými vektory (část 4.1.1)
- vln s nerovnoběžnými vlnovými vektory (část 4.1.2)

- více vln s rovnoběžnými vlnovými vektory (část 4.2).

Interference dvou kulových vln je námětem pro **Dodatek 4.2**

4.1 Dvousvazková interference rovinných vln

Budeme předpokládat, že se prostředím šíří dvě monochromatické, lineárně polarizované, rovinné vlny stejné frekvence, které jsou obecně fázově posunuté. Obě tyto vlny jsou homogenní, netlumené (tj. bez prostorové závislosti amplitud), mohou se lišit jen směry vlnových vektorů \mathbf{k}_1 a \mathbf{k}_2 , případně velikostí amplitud. Spočteme intenzitu elektrického pole a časovou střední hustotu elektrické energie záření složené vlny v nějakém místě \mathbf{r} prostoru.

Podle vztahu 1.47 (v komplexním zápisu vztah M.16) pro hustotu elektrické energie takové vlny platí v neabsorbujícím prostředí

$$I(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \cdot \tilde{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r}, t) \quad (4.2)$$

kde

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{E}}_1(\mathbf{r}, t) + \tilde{\mathbf{E}}_2(\mathbf{r}, t), \quad (4.3)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{01} e^{i\varphi_1(\mathbf{r})} e^{-i\omega t}, \quad (4.4)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{02} e^{i\varphi_2(\mathbf{r})} e^{-i\omega t}. \quad (4.5)$$

Pro prostorové části fází platí

$$\begin{aligned} \varphi_1(\mathbf{r}) &= \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \delta_{01}, & \varphi_2(\mathbf{r}) &= \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \delta_{02}, \\ \mathbf{k}_1 &= k \mathbf{s}_1 = \frac{\omega}{c} n \mathbf{s}_1, & \mathbf{k}_2 &= k \mathbf{s}_2 = \frac{\omega}{c} n \mathbf{s}_2, \end{aligned} \quad (4.6)$$

kde \mathbf{s}_1 a \mathbf{s}_2 jsou jednotkové vektory ve směrech šíření vln a úhly φ_{01} a φ_{02} určují fázi vln 1 a 2 v počátku souřadné soustavy $\mathbf{r} = 0$ a v čase $t = 0$. Pro hustotu elektrické energie podle vztahu 4.2 dostaneme

$$\begin{aligned} I(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 \tilde{\mathbf{E}} \cdot \tilde{\mathbf{E}}^* = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 [\tilde{\mathbf{E}}_1(\mathbf{r}, t) + \tilde{\mathbf{E}}_2(\mathbf{r}, t)] \cdot [\tilde{\mathbf{E}}_1^*(\mathbf{r}, t) + \tilde{\mathbf{E}}_2^*(\mathbf{r}, t)] = \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 \{ E_{01}^2 + \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} e^{i[\varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})]} + \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} e^{-i[\varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})]} + E_{02}^2 \} = \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 \{ E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2\mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos[\varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})] \} = \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 \{ E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \alpha \cos [\varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})] \}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

tj.

$$\boxed{I(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 [E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \alpha \cos \delta_{12}(\mathbf{r})]} \quad (4.8)$$

Povšimněme si, že výsledek ve výrazu 4.8 je reálný a nezávislý na čase. Interferenční jev popisuje člen úměrný součinu amplitud $E_{01}E_{02}$. Vektory \mathbf{E}_{01} a \mathbf{E}_{02} svírají úhel α . Nejvýraznější interferenční jevy lze očekávat pro $\cos \alpha = \pm 1$, $\alpha = 0, \pi$, zatímco interferenční člen vymizí pro $\alpha = \pi/2$. Ortogonálně polarizovaná záření „neinterferují“ (ve smyslu, že nevznikají odchylky od pravidla sčítání intenzit záření), což platí i pro eliptickou / kruhovou polarizaci opačných smyslů rotace vektoru \mathbf{E} .

V dalších částech této kapitoly budeme mlčky předpokládat, že úhel α mezi \mathbf{E}_{01} a \mathbf{E}_{02} je malý a můžeme brát $\cos \alpha \cong 1$. Tím se omezujeme na výklad interference téměř souhlasně polarizovaných vln. Vztah 4.8 pak můžeme přepsat s využitím výrazů pro jednotlivé hustoty elektrické energie skládaných vln

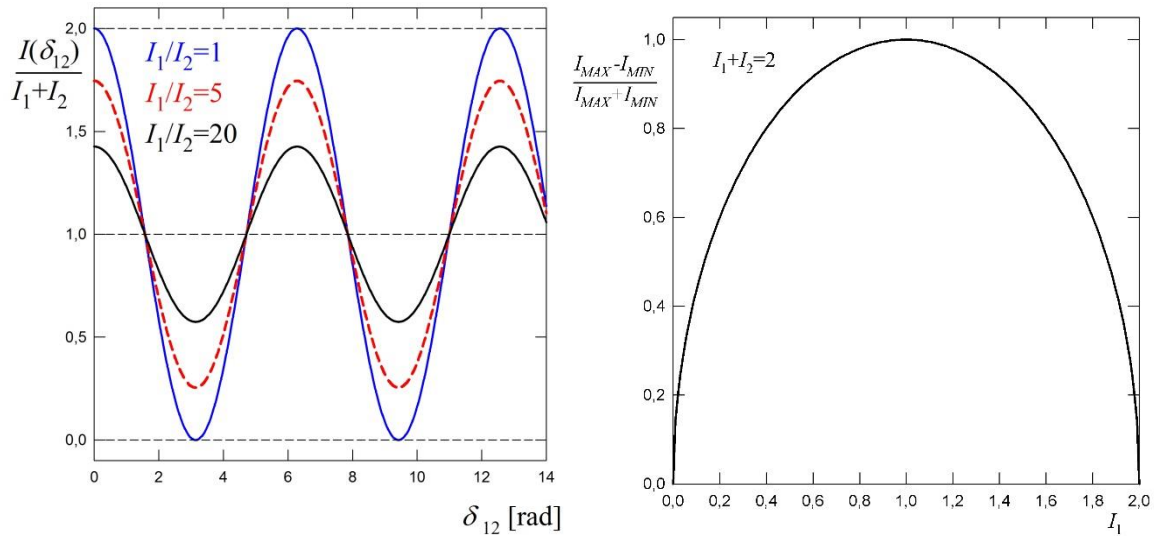
$$I(\mathbf{r}) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta_{12}(\mathbf{r}), \quad (4.9)$$

kde $I_1 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 E_{01}^2$ a $I_2 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 E_{02}^2$ jsou hustoty elektrické energie homogenních rovinných vln vstupujících do interference, které nezávisí na \mathbf{r}, t . Jak již bylo řečeno, $\delta_{12}(\mathbf{r}) = \varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})$ představuje rozdíl fází obou vln v bodě \mathbf{r} a ten na prostorové souřadnici závisí. Výsledná hustota energie v tomto bodě tedy závisí kromě hustot energií obou vln vstupujících do interference i na fázovém posunu obou vln. Hustotu elektrické energie vlny (udávanou v jednotkách J m^{-3}) budeme dále zkráceně nazývat intenzitou vlny.

V případě $I_1 = I_2 = I_0$ pro celkovou hustotu energie v bodě \mathbf{r} platí

$$I(\mathbf{r}) = 2I_0 + 2I_0 \cos \delta_{12}(\mathbf{r}) = 2 \cdot I_0 [1 + \cos \delta_{12}(\mathbf{r})] = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta_{12}(\mathbf{r})}{2} \quad (4.10)$$

V závislosti na fázovém rozdílu $\delta_{12}(\mathbf{r})$ se výsledná intenzita v bodě \mathbf{r} mění mezi 0 a $4I_0$ (obr.4.4). V případě, že intenzity obou vln vstupujících do interference jsou různé, osciluje výsledná intenzita mezi minimální hodnotou I_{min} , která je větší než nula a maximální hodnotou I_{max} , která je menší než $4I_0$. S narůstajícím rozdílem mezi I_1 a I_2 (při zachování $I_1 + I_2 = 2I_0$) se rozdíl mezi I_{max} a I_{min} zmenšuje.



Obr.4.4 Vlevo je nakreslena závislost intenzity na fázovém rozdílu interferujících vln. Plná modrá křivka odpovídá podmínce $I_1 = I_2 = I_0$, čárkovaná červená křivka podmínce $\frac{I_1}{I_2} = 5$ a plná černá křivka poměru $\frac{I_1}{I_2} = 20$. Vpravo je závislost viditelnosti (kontrastu) interferenčních proužků na intenzitě I_1 , přičemž je zachována celková intenzita interferujících vln $I_1 + I_2 = 2$. Je zjevné, že maximální viditelnosti interferenčních obrazců se dosáhne, pokud jsou amplitudy, a tedy i intenzity obou interferujících vln stejné.

$$I(\mathbf{r}) = 2I_0 + 2I_0 \cos \delta_{12}(\mathbf{r}).$$

K maximu intenzity v důsledku interference dochází, pokud je

$$\cos \delta_{12}(\mathbf{r}) = 1, \quad \delta_{12}(\mathbf{r}) = 2m\pi \quad (4.11)$$

Podobně pro minimální intenzitu v interferenčním obrazci

$$\cos \delta_{12}(\mathbf{r}) = -1, \quad \delta_{12}(\mathbf{r}) = (2m - 1)\pi \quad (4.12)$$

V závislosti na průběhu fázového rozdílu δ_{12} na \mathbf{r} se v prostoru v důsledku interference střídají oblasti s větší a menší intenzitou, která se např. při pozorování matnice umístěné v interferenčním prostoru okem jeví jako světlejší a tmavší proužky. K popisu kontrastu interferenčních proužků zavádíme viditelnost

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (4.13)$$

Viditelnost se nachází v intervalu $V \in \langle 0,1 \rangle$: $V = 1$ (pokud $I_{min} = 0$, tedy pokud $I_1 = I_2$ a $\delta_{12} = 2m\pi$), $V = 0$ (pokud $I_{max} = I_{min}$).

V diskutovaném případě interference prostorově neomezených vln se interferenční obrazec nachází v celém prostoru, nevyskytují se žádná místa odlišná od okolí a oscilace intenzity lze

přímo pozorovat při vkládání matnice. Interferenční obrazec můžeme označit jako **delokalizovaný** („je všude“) a je **reálný** (je vidět v rozptýleném světle na matnici).

Pro charakterizaci interference je podstatný fázový rozdíl $\delta_{12}(\mathbf{r})$. K rozdílu fází může dojít buď z důvodu rozdílných směrů vektorů \mathbf{k}_1 a \mathbf{k}_2 nebo v případě rovnoběžných vlnových vektorů $\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{k}_2$ je zvykem popisovat interferenční jevy pomocí rozdílu drah interferujících **vlnoploch**, $\delta_{12}(\mathbf{r}) = \varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r}) = k \cdot \Delta_0 = k_0 n \Delta_0 = k_0 \Delta$, kde $\Delta = n \Delta_0$ představuje rozdíl optických drah a Δ_0 rozdíl geometrických drah, které urazí vlnoplochy. Jsou to vzdálenosti mezi vlnoplochami „měřené“ **na kolmici** k nim a nikoli vzdálenosti mezi nějakými (libovolnými) body na těchto vlnoplochách. Blíže v následujícím textu a v **Dodatku 4.1**.

4.1.1 Dvousvazková interference vln $\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{k}_2$

V následující části se budeme zabývat případem, kdy jsou vektory \mathbf{k}_1 a \mathbf{k}_2 obou interferujících vln rovnoběžné a k fázovému rozdílu dochází v důsledku rozdílu náběhu fáze (fázového rozdílu) šířením po různých optických drahách. Rovněž budeme předpokládat rovnoběžnost vektorů elektrického pole $\mathbf{E}_1 \parallel \mathbf{E}_2$.

V takovém případě ze vztahu 4.6 dostaneme

$$\varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r}) = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} + \delta_{01} - \delta_{02} = \delta_{01} - \delta_{02} = \delta_{12},$$

což nezávisí na \mathbf{r} . Rovněž intenzita I na poloze nezávisí

$$I(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 (E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \delta_{12}).$$

Pokud by se podařilo takový případ realizovat, v interferenčním prostoru by se neobjevilo žádné střídání světlých a tmavých míst, ale celý interferenční prostor by se v závislosti na δ_{12} „rozsvěcel“ a „zhášel“. Nutno zdůraznit, že v reálném světě nastavit takové podmínky nelze, např. nelze realizovat jednu homogenní rovinnou vlnu, ani není možné se zbavit jevů difrakce, které vnášejí příspěvky vln o různých směrech vlnových vektorů. Přesto je takový model užitečný např. k objasnění principu přístrojů nazývaných dvousvazkové interferometry.

Interferometry

Jako interferometry zpravidla označujeme zařízení, u nichž můžeme definovaným způsobem měnit fázové posuvy mezi vlnovými komponentami, na které se rozdělí vstupující záření. Interferometry můžeme rozdělit do několika skupin. Základním hlediskem je počet interferujících svazků. Mezi dvousvazkové interferometry řadíme např. Michelsonův, Jaminův, několik typů podle Fizeaua, Machův–Zehnderův a řadu dalších. Z vícesvazkových interferometrických zařízení bývají jmenovány Fabryův–Pérotův interferometr a Lummerova–Gehrckova deska. Dalším kritériem může být způsob získávání interferujících vln: v principu buď dělením vlnoplochy, nebo dělením amplitudy. Zejména ve starších konstrukcích se používalo technologicky méně náročné dělení vlnoplochy (Fizeauovo měření rychlosti světla

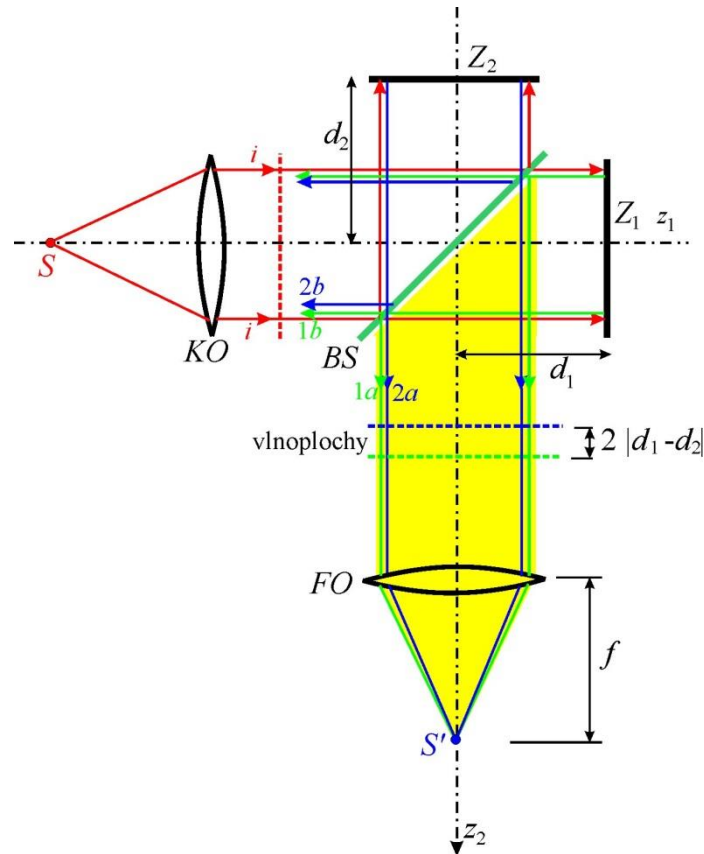
v proudící kapalině 1851). Dělení vlnoplochy je principiálně důležité v Michelsonově stelárním interferometru (původní návrh od Fizeau 1868). Dělení amplitud se objevuje v Jaminově původním interferometru (1856) na měření indexu lomu plynů, když funkci děliče a současně zrcadla zastávala skleněná deska pokovená na zadní straně. S technologickým pokrokem (jemná mechanika, nanášení tenkých vrstev apod.) se objevovaly interferometry s oddělenými funkcemi zrcadel a děličů svazků (Machův–Zehnderův 1891).

Na webové adrese https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_types_of_interferometers je uveden soupis asi 50 typů interferometrů.

4.1.1.1 Michelsonův interferometr, $k_1 \parallel k_2$

Velmi známým interferometrem je **Michelsonův interferometr**, jehož základní princip je naznačen na obr. 4.5. Předpokládejme, že obě zrcadla Z_1, Z_2 jsou natočena kolmo na směr dopadající vlny a celý interferometr je umístěn v prostředí s indexem lomu n .

Jedna rovinná vlna dopadá na dělič svazku, který je natočený o úhel 45° vůči osám interferometru. Dělič svazku rozdělí amplitudově vstupující vlnu na dvě vlny. Vlna 1 postupuje dále ve směru dopadajícího svazku a dopadá na zrcadlo Z_1 vzdálené o délku d_1 od děliče svazku. Od zrcadla se tato vlna odráží a opět dopadá na dělič svazku. Od něj se odráží směrem do detektorového prostoru. Vlna 2 se nejprve odráží na dělič svazku směrem k zrcadlu Z_2 . Od zrcadla se odráží a postupuje přímo přes dělič svazku do detektorového prostoru, kde interferuje s vlnou 1. Na obr. 4.5 jsou čárkovaně vyznačeny 3 vlnoplochy: červeně vlnoplocha vstupující vlny a v interferenčním prostoru zeleně a modře vlnoplochy, které jsou odvozeny od jedné vlnoplochy vstupující vlny. Intenzita vlny v detektorovém prostoru, intenzita v místě obrazu S' zdroje (velikost signálu na detektoru), závisí na fázovém rozdílu vln 1 a 2, který vzniká v důsledku rozdílné vzdálenosti zrcadel Z_1 a Z_2 od děliče svazku.



Obr. 4.5 Model Michelsonova interferometru s jedinou rovinnou vlnou na vstupu.

S „bodový“ zdroj kulové vlny, KO kolimační optika (z rozbíhavé kulové vlny dělá rovinnou vlnu; v obr. naznačena ččkou), i vstupující rovinná vlna s vlnovým vektorem rovnoběžným s osou interferometru, BS dělič svazku, Z_1 a Z_2 zrcadla, d_1 a d_2 vzdálenosti zrcadel od os interferometru, $1a$ a $2a$ vlny vstupující do „interferenčního“ (detekčního) prostoru, FO fokusační optika s ohniskovou vzdáleností f , S' obraz bodového zdroje S , $1b$ a $2b$ vlny vracející se zpět do prostoru zdroje. Vzdálenost vlnoploch $1a$ (zeleně) a $2a$ (modře) ukazuje prostorový (tj. i fázový) posuv vlnoploch vzniklých rozštěpením jedné dopadající vlnoplochy.

Rozdíl geometrických drah a odpovídající fázový rozdíl mezi vlnami 1 a 2 jsou

$$\Delta l = 2(d_1 - d_2), \quad (4.14)$$

$$\delta_{12} = 2n \frac{\omega}{c} (d_1 - d_2) = \frac{4\pi n}{\lambda_0} (d_1 - d_2),$$

přičemž fázový rozdíl δ_{12} je nezávislý na \mathbf{r} . Dvě vlny vstupující do „detektorové“ části můžeme charakterizovat v případě ideálního interferometru stejnými amplitudami za pomoci koeficientů odrazu \tilde{r}_{BS} a průchodu \tilde{t}_{BS} děliče svazku a odrazivosti zrcadel \tilde{r}_M (případné fázové posuvy lze popsat komplexními koeficienty). Obě vlny jsou odrazy na zrcadlech a průchodem ovlivněny stejným způsobem. Vlna 1 prochází nejprve děličem svazku, poté se odráží na zrcadle Z_1 a poté se odráží na děliči svazku. Její amplituda při vstupu do detektorového prostoru tedy je

$$\tilde{E}_{01} = \tilde{t}_{BS} \tilde{r}_M \tilde{r}_{BS} E_{0i}$$

Druhá vlna se nejprve odráží na děliči svazku, poté na zrcadle Z_2 a následně prochází děličem svazku do detektorového prostoru s amplitudou

$$\tilde{E}_{02} = \tilde{r}_{BS}\tilde{r}_M \tilde{t}_{BS} E_{0i},$$

Za předpokladu, že obě zrcadla mají stejnou odrazivost charakterizovanou Fresnelovým koeficientem odrazu \tilde{r}_M , jsou amplitudy obou vln stejné ($\tilde{E}_{01} = \tilde{E}_{02}$) a stejné jsou i jejich intenzity

$$I_1 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 |\tilde{r}_{BS}|^2 |\tilde{t}_{BS}|^2 |\tilde{r}_M|^2 E_{01}^2 = I_2 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 |\tilde{r}_{BS}|^2 |\tilde{t}_{BS}|^2 |\tilde{r}_M|^2 E_{02}^2 = I_0$$

Můžeme tedy pro celkovou intenzitu vlny v detektorovém prostoru mezi děličem a fokusační optikou (po interferenci) použít vztah 4.10.

$$I_d = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta_{12}}{2} \quad (4.15)$$

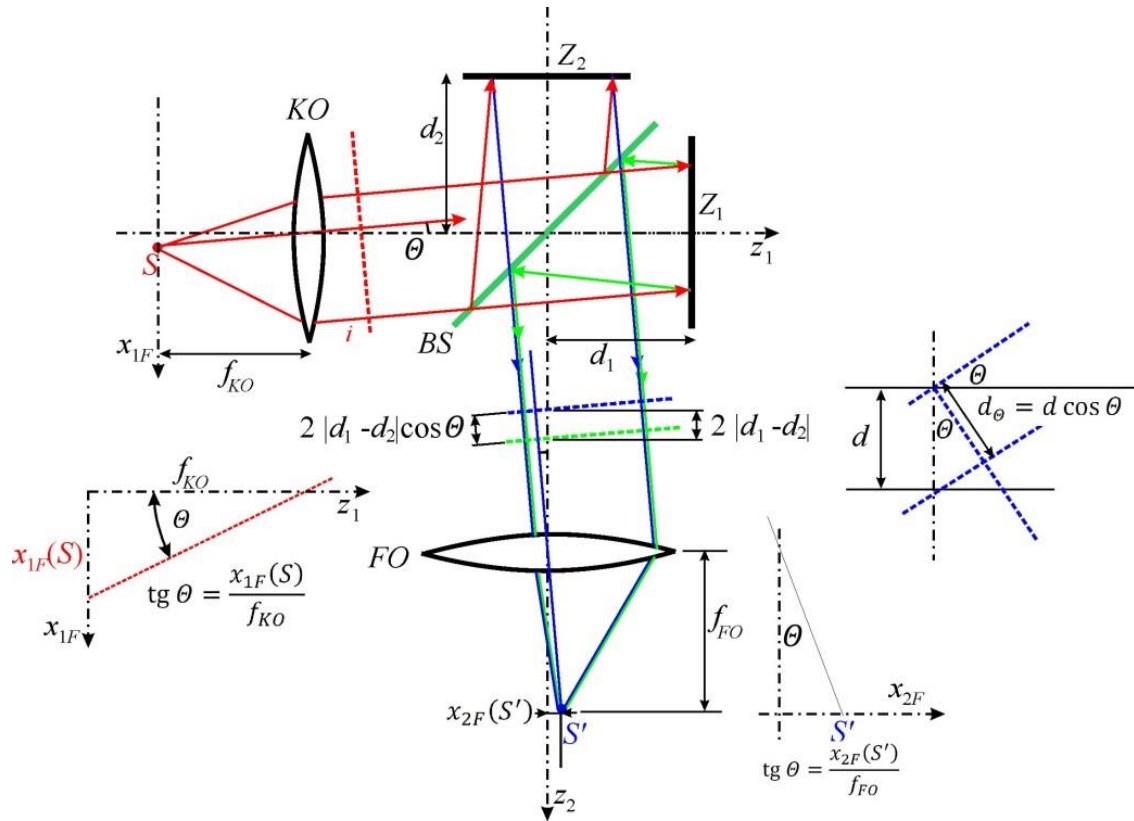
Výsledná intenzita podle vztahu 4.15 taktéž nezávisí na poloze \mathbf{r} a je v celém detektorovém prostoru pro dané nastavení zrcadel konstantní. Kdybychom uměli realizovat situaci odpovídající předpokladu interference pouhých 2 rovinných vln se shodnými směry \mathbf{k} , nepozorovali bychom žádné interferenční obrazce (proužky různé intenzity). Se změnou rozdílu $d_1 - d_2$ bychom viděli jen zatmívání a rozsvěcení v tomto prostoru. Úplná modulace $\propto \cos^2 \frac{\delta_{12}}{2}$ souvisí s tím, že v uvedeném modelu jsou amplitudy z obou ramen stejné.

Podívejme se nyní na modelový případ, kdy do interferometru vstupuje šikmo jediná rovinná vlna (obr. 4.6). Úhel θ souvisí s polohou bodu S v ohniskové rovině kolimátoru vztahem

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{x_{2F}^2(S) + y_{2F}^2(S)}}{f_{KO}}.$$

V obrázku 4.6 pro zjednodušení zobrazujeme jen průmět v rovině xz . V tomto případě platí $\operatorname{tg} \theta = \frac{x_{2F}}{f_{KO}}$. Po průchodu interferometrem jsou vlnoplochy z jednotlivých ramen (odvozené od jedné vlnoplochy na vstupu) posunuty navzájem ve směru osy z o $2(d_1 - d_2)$, ale zopakujme, že pro interferenci je důležitá vzdálenost vlnoploch „měřená“ na kolmici k nim. Proto je fázový rozdíl mezi dvěma vlnami získaný průchodem interferometrem

$$\delta_{12} = 2n \frac{\omega}{c} (d_1 - d_2) \cos \theta = \frac{4\pi n}{\lambda_0} (d_1 - d_2) \cos \theta. \quad (4.16)$$



Obr. 4.6 Model Michelsonova interferometru s jedinou rovinnou vlnou, jejíž vlnový vektor svírá s osou interferometru úhel θ .

V ohniskové rovině fokusační optiky dostaneme „bodový“ obraz S' , jehož vzdálenost od osy interferometru je

$$\Delta x(S') = f \operatorname{tg} \theta \cong f \theta$$

pro malé úhly. Podmínka pro maximální intenzitu v tomto místě (podmínka konstruktivní interference) je

$$\delta_{MAX}(S') = 2n \frac{\omega}{c} (d_1 - d_2) \cos \theta = \frac{4\pi n}{\lambda_0} (d_1 - d_2) \cos \theta = 2m\pi. \quad (4.17)$$

kde m je celé číslo. Pro minimální (nulovou) intenzitu platí podmínka destruktivní interference

$$\delta_{MIN}(S') = 2n \frac{\omega}{c} (d_1 - d_2) \cos \theta = \frac{4\pi n}{\lambda_0} (d_1 - d_2) \cos \theta = (2m + 1)\pi. \quad (4.18)$$

Kroužky stejného sklonu v Michelsonově interferometru

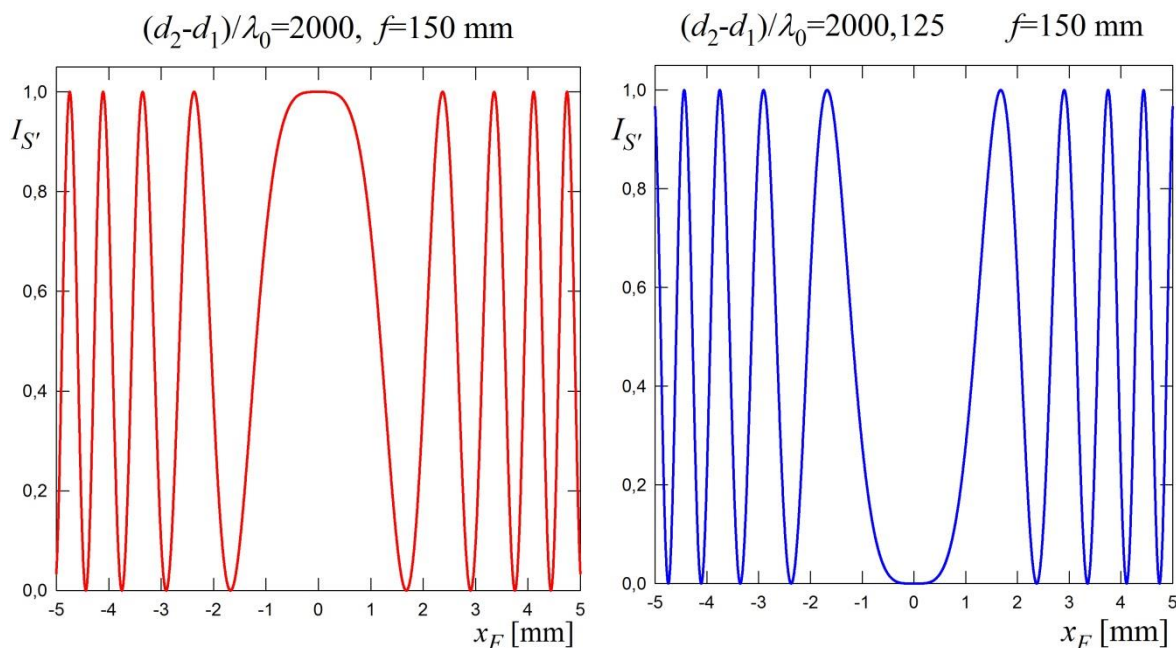
a) Vstupují rovinné vlny pod různými úhly

Představme si, že oblast zdroje S (ohnisková rovina kolimační optiky) je vyplněna svítícími „body“, které vysílají kulové vlny. Ty se po průchodu kolimátorem mění na rovinné vlny a jejich úhel θ je určen vzdáleností svítícího „bodu“ v rovině S od osy interferometru. Pro některé z těchto svítících bodů bude splněna podmínka konstruktivní interference a obrazy těchto bodů budou v ohniskové rovině fokusační optiky mít maximální intenzitu. Naopak pro jiné body bude splněna podmínka destruktivní interference a jejich obrazy budou mít nulovou intenzitu. Pro malé úhly

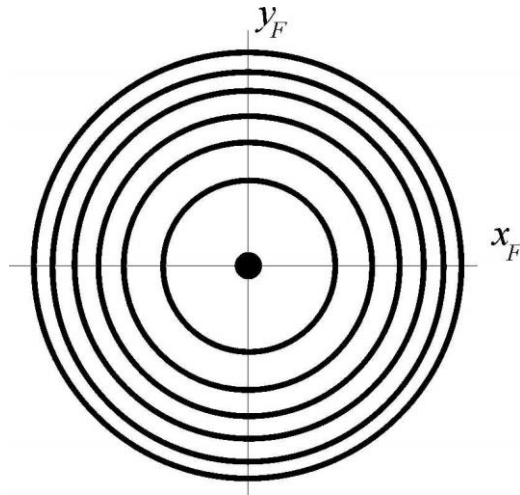
$$I_{S'}(x_F, y_F) \cong I_{MAX}(S') \cos^2 \left[n \frac{\omega}{c} (d_1 - d_2) \cos \theta \right],$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\sqrt{x_F^2 + y_F^2}}{f}.$$

Z osové symetrie uspořádání plyne, že množiny bodů, pro které je $\delta = \text{konstanta}$ jsou v ohniskové rovině kružnice. V ohniskové rovině tak můžeme detekovat (přímo uvidět např. při použití čočky okuláru či dalekohledu) soustředné kroužky maximálních a minimálních intenzit. Tento interferenční obrazec je reálný a lokalizovaný právě jen v ohniskové rovině. Bez fokusační optiky též můžeme říci, že máme co do činění s **virtuálním interferenčním obrazcem lokalizovaným** v $z \rightarrow -\infty$. Je zvykem tyto kroužky nazývat **kroužky stejného sklonu** (každý poloměr je charakterizován určitým úhlem θ), též pojmenované jako **Haidingerovy kroužky**.



Obr. 4.7 Průběh intenzity záření v ohniskové rovině spočtený podle vztahu 4.16 pro uvedené parametry ukazující intenzitu kroužků stejného sklonu

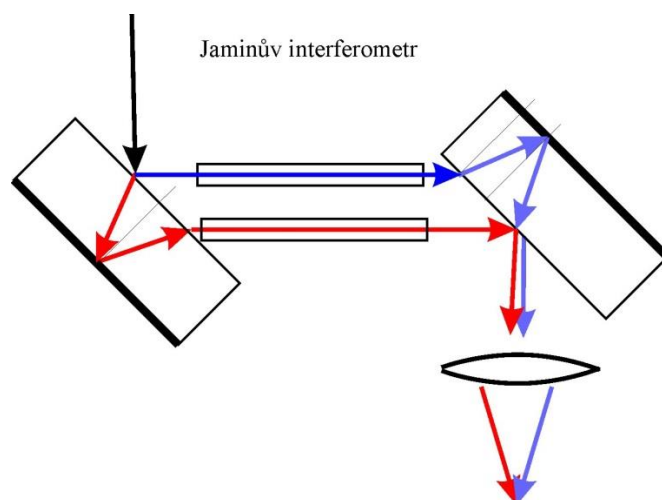


Obr. 4.8 Maxima kroužků stejného sklonu pozorovatelné v ohniskové rovině fokusační optiky. Radiální rozložení intenzit v těchto kroužcích odpovídá vztahu 4.16 a obr. 4.7.

Realizace rozdílů optických drah změnou fázové rychlosti - Jaminův interferometr

Jistou výjimečností Michelsonova interferometru v porovnání s jinými typy interferometrů je, že dělení svazku a opětné spojení k uskutečnění interference obstarává jeden jediný dělič. V mnoha dalších typech interferometrů tomu tak není a dělič svazku a „slučovač“ jsou dvě rozdílné součástky. Jako příklad si uvedme Jaminův interferometr (obr. 4.9), kde (při vhodném seřízení) dochází k interferenci vln s paralelními vlnovými vektory. Zatímco v běžném provedení Michelsonova interferometru se fázový rozdíl mění mechanicky posuvem zrcadel, v Jaminově interferometru je fázový rozdíl mezi rameny interferometru určen indexem lomu plynu v kyvetě. V modré dráze je umístěna kyveta, ve které postupně zvyšujeme tlak studovaného plynu a sledujeme posuv interferenčních proužků na výstupu. V červené dráze zůstává kyveta evakuovaná. Z počtu proužků, které proběhly zorným polem, lze určit změnu optické dráhy $l \Delta n$ v modré větvi při napouštění plynu na určitý tlak. V pevném uspořádání je proměnnou tlak plynu a

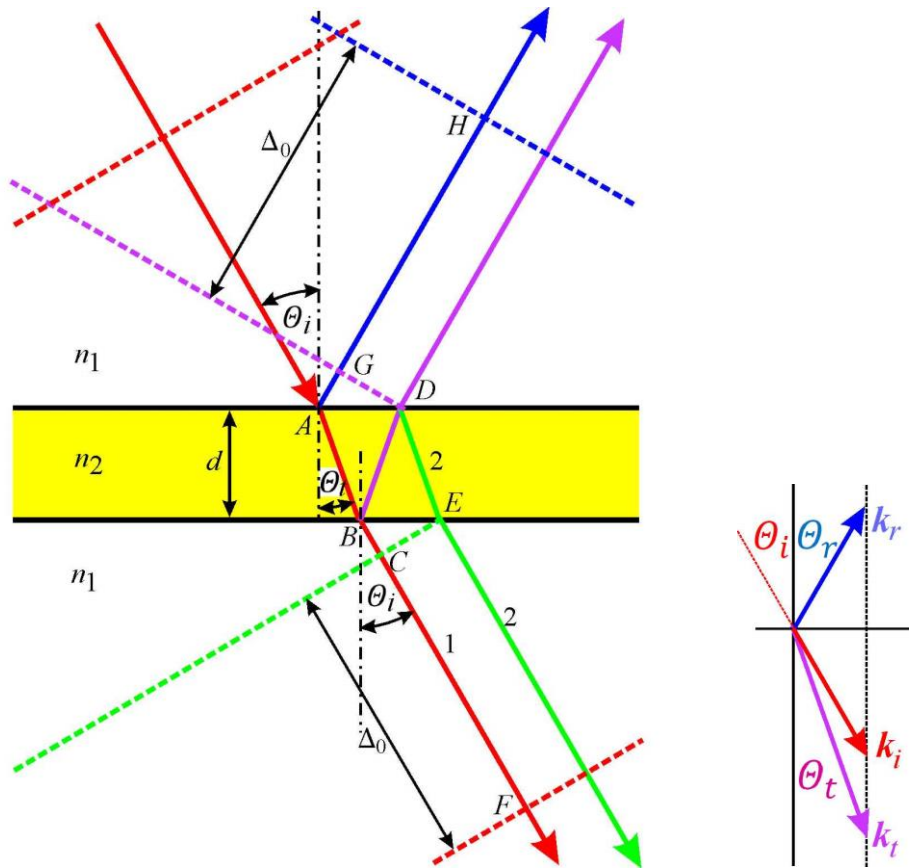
$$I_{S'}[n(p_{\text{plyn}})] = I_{MAX}(S') \cos^2 \left\{ [n(p_{\text{plyn}}) - 1] \frac{\omega}{c} l \cos \theta \right\}.$$



Obr. 4.9 Principiální schéma Jaminova interferometru na měření indexu lomu plynů

4.1.1.2 Dvousvazková interference na planoparalelní dielektrické desce

V této části se budeme zabývat základním modelem popisu interference pro dopad jedné rovinné vlny na planoparalelní dielektrickou desku s indexem lomu n_2 umístěné v prostředí s indexem lomu n_1 , obr. 4.10. V souladu se zákony odrazu a lomu se částečně odráží a částečně láme na horním rozhraní obou prostředí (pro vybraný paprsek v daný okamžik necht' k tomu dochází v bodě A horní plochy rozhraní). Dále budeme sledovat dráhu tohoto bodu na vlnoplochách. V lomené vlně tento bod postupuje dielektrikem s indexem lomu n_2 a na spodním rozhraní obou prostředí (paprsek v bodě B) se opět částečně odráží zpět do desky a částečně se po lomu šíří dále za deskou. Vlna odražená od spodního rozhraní se šíří směrem k hornímu rozhraní, kde opět dochází k odrazu a lomu (bod D). Vlna odražená od horního rozhraní se šíří opět k spodnímu rozhraní a sledovaný bod vlnoplochy dospěje do bodu E , kde dochází k lomu. Za stejnou dobu dospěje sledovaný bod vlnoplochy, která podstoupí pouze lomy v bodech A a B , do místa F . V tomto modelu se omezíme na dva odrazy vlny (v bodech B a D), další odraz do desky v bodě E tedy zatím nebudeme uvažovat. Lomené vlny (paprsky z bodů B a E) se dále šíří za deskou a interferují spolu s fázovým posuvem daným **optickou vzdáleností vlnoploch** procházejících body E a F . Podobně vlny odražené od horního rozhraní v bodě A a vlny procházející bodem D spolu interferují v oblasti nad deskou, kde pozorujeme interferenci na odraz.



Obr. 4. 10 Model dvojsvazkové interference rovinné vlny na planparalelní dielektrické desce. Vpravo znázorněn zákon odrazu a lomu na prvním rozhraní. Vlnoplocha procházející bodem A potřebuje na proběhnutí dráhy ABC kratší čas než na proběhnutí dráhy ABDE. Totéž vyjádřeno jinak: vlnoplocha procházející body E a C a vlnoplocha procházející bodem F potřebují na dráhu z bodu A stejný čas.

Zaměříme se nyní podrobněji na popis interference na průchod za deskou. Interferující vlny mají paralelní vlnové vektory k_i . Pro stanovení velikosti interferenčního členu potřebujeme určit fázový rozdíl mezi vlnoplochami, které projdou deskou „přímo“, takže zvolený bod na vlnoploše 1 vykoná dráhu ABCF a vlnoplochou 2, která prodělá navíc 2 vnitřní odrazy a tento bod proběhne za stejný čas dráhu ABDE. Výpočet fázového rozdílu je ukázán v **Dodatku 4.3** s výsledkem

$$\delta_{12} = \varphi_1(F) - \varphi_2(C) = 2 \frac{\omega}{c} n_2 d \cos\theta_t = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos\theta_t = \frac{4\pi}{\lambda_2} d \cos\theta_t \quad (4.19)$$

Maximum intenzity v prostoru za deskou nastává při splnění podmínky $\delta_{12} = 2m\pi$, minimum v případě $\delta_{12} = (2m + 1)\pi$, kde m je celé číslo.

Tento fázový rozdíl se již v prostoru za deskou nemění. Geometrickou vzdálenost $\Delta_0 = 2 \frac{n_2}{n_1} d \cos \theta_t$ naznačenou v obr. 4.10 můžeme interpretovat jako rozdíl poloh vlnoploch odvozených od jedné dopadající vlnoplochy v jednom časovém okamžiku.

Podobným postupem lze popsat interferenci v odraženém světle, kde lze očekávat v běžných situacích interferenční obrazec s vyšším kontrastem, protože interferují vlny srovnatelných amplitud. V tomto případě je však třeba vzít v úvahu, že při odrazu na neabsorbujícím, opticky hustším prostředí dochází k dodatečné změně fáze vlny o π (pro polarizaci s vždy, pro polarizaci p pro úhel dopadu menší než Brewsterův úhel). V případě, že $n_1 < n_2$ dochází k dodatečné změně fáze o π při odrazu vlny na horním rozhraní, v opačném případě na spodním rozhraní. V obou případech můžeme pro celkovou změnu fáze psát

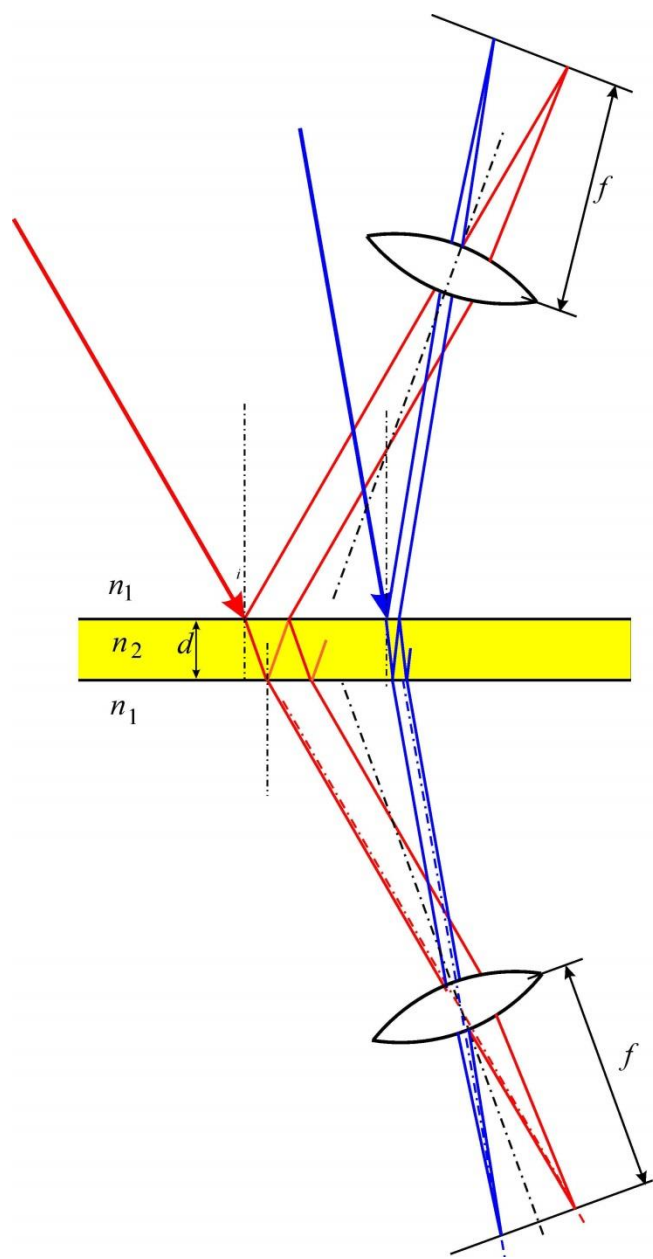
$$\delta_{tot} = \delta_{12} + \varphi_{odr} = 2 \frac{\omega}{c} n_2 d \cos \theta_t + \pi = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos \theta_t + \pi. \quad (4.20)$$

Maximální intenzita v odraženém světle nastává při splnění podmínky $\delta_{tot} = 2m\pi$, minimum v případě $\delta_{tot} = (2m + 1)\pi$, kde m je celé číslo.

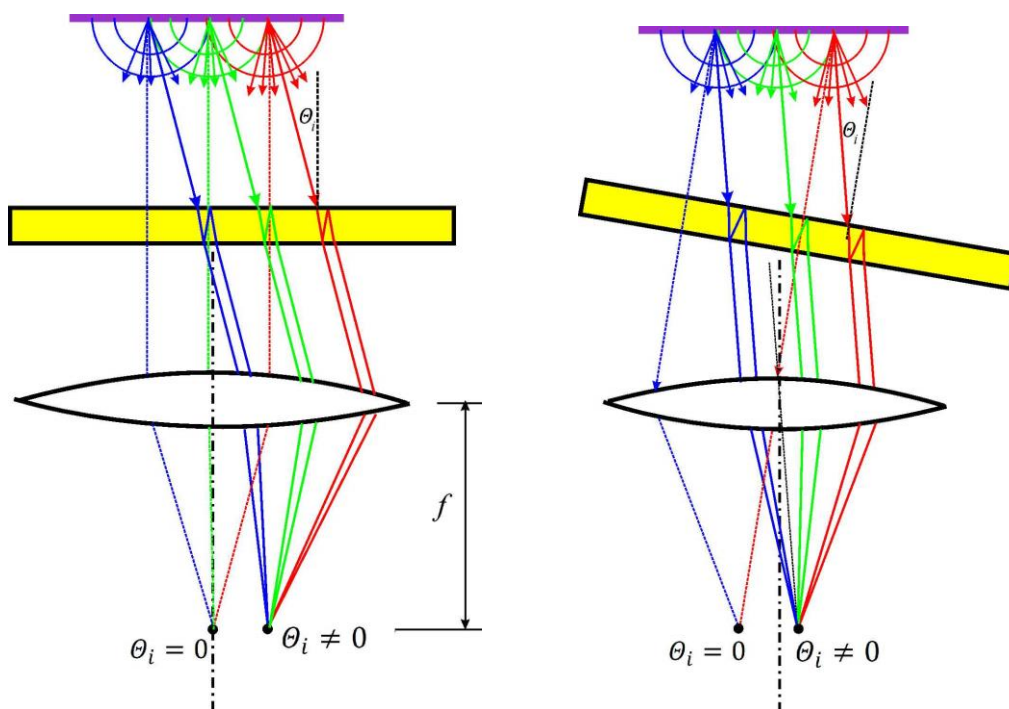
Změna fáze o π je velmi důležitá z hlediska rozdělení odraženého a prošlého výkonu (zachování energie v neabsorbujícím prostředí). Zajišťuje, že při maximálním odrazu je minimální průchod a naopak.

Interferující záření na vstupu můžeme, ale nemusíme kolimovat (obr. 4.11, 4.12). V obou případech se v ohniskové rovině fokusační optiky zobrazí pro daný úhel dopadu θ_i bod o intenzitě odpovídající danému fázovému rozdílu δ_{tot} . Protože v „interferenčních“ prostorech před a za deskou nepozorujeme žádný zřetelný interferenční obrazec, ale při současném dopadu vln o různých úhlech θ_i jsou světlé a tmavé proužky / kroužky dobře patrné až v ohniskové rovině fokusační optiky, mluvíme o virtuálních **proužcích lokalizovaných v nekonečnu**. Pro dokonale planparalelní desku dostáváme při vhodném uspořádání **kroužky stejného sklonu**.

Zopakujme, že i když jednotlivé „body“ zdroje vyzařují záření navzájem nezávisle, tedy třeba i bez vzájemných fázových vztahů příslušných vln, můžeme lokalizovaný interferenční obrazec pozorovat, protože podmínky pro maxima /minima intenzity jsou splněny pro každou dvojici vln vycházejících z desky. Důležité jsou úhly dopadu na desku θ_i a planparalelnost desky. Pro takto nekoherentní zdroj se v bodě ohniskové roviny sčítají intenzity záření přicházející z jednotlivých „bodů“ zdroje.



Obr. 4.11 Paprskový model zobrazení 2 rovinných vln (červená a modrá) s různým úhlem dopadu na planparalelní desku do ohniska fokusační optiky



Obr. 4.12 Planparalelní deska osvětlená plošným zdrojem tvořeným mnoha „elementárními“ zdroji kulových vln bez kolimační optiky. Pokud optická osa fokusační optiky není totožná s kolmicí k desce (obrázek vpravo), proužky stejného sklonu nejsou přesně soustředné kružnice, ale interferenční obrazec je deformovaný.

Vliv vlastností interferujícího záření

Je zřejmé, že v každém bodě interferenčního prostoru se sčítají pole odvozená od různých vlnoploch dopadající vlny a navíc od různých paprsků, které protínají vlnoplochu v různých místech. Aby platily dosud uvedené vztahy, nesmí se za dobu $t_2 - t_1 = \frac{\Delta_{OD}}{c}$ (Δ_{OD} je rozdíl optických drah) charakter pole dopadající vlny změnit [jinak řečeno stupeň časové (podélné) koherence musí být „vysoký“] a totéž musí platit pro směr příčný charakterizovaný v obr. 4.10 vzdáleností CE [stupeň prostorové (příčné) koherence též vysoký]. Blíže bude pojednáno v kapitole „**Koherence**“. Modelová monochromatická rovinná vlna tyto podmínky výborně splňuje, v reálných situacích tomu tak být nemusí. Zde je základ toho, že někdy jsou interferenční jevy dobře pozorovatelné (tenké vrstvy, malá prostorová divergence širokého dopadajícího svazku a/nebo malá divergence svazku vedoucího k detektoru, např. oku). Za jiných podmínek jsou interferenční jevy v časové a prostorové škále pozorování rozmazány a nepozorujeme je.

4.1.2 Dvousvazková interference vln $k_1 \nparallel k_2$

V další části rozvedeme případ, kdy fázový rozdíl interferujících vln stejné amplitudy i frekvence primárně vzniká v důsledku různého směru vlnových vektorů k_1 a k_2 , které spolu svírají úhel 2θ . Obě vlny mohou vůči sobě být navíc fázově posunuty o fázový posun

$\delta_0 = \delta_{12}(\mathbf{r} = 0)$. Soustavu souřadnou zvolíme tak, že oba vektory svírají s osou z úhel ϑ (obr. 4.13).

Pro vektory \mathbf{k}_1 a \mathbf{k}_2 zřejmě platí

$$|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2|,$$

$$\mathbf{k}_1 = (k \sin \vartheta, 0, k \cos \vartheta) = (k_{1x}, 0, k_{1z}),$$

$$\mathbf{k}_2 = (-k \sin \vartheta, 0, k \cos \vartheta) = (k_{2x}, 0, k_{2z}),$$

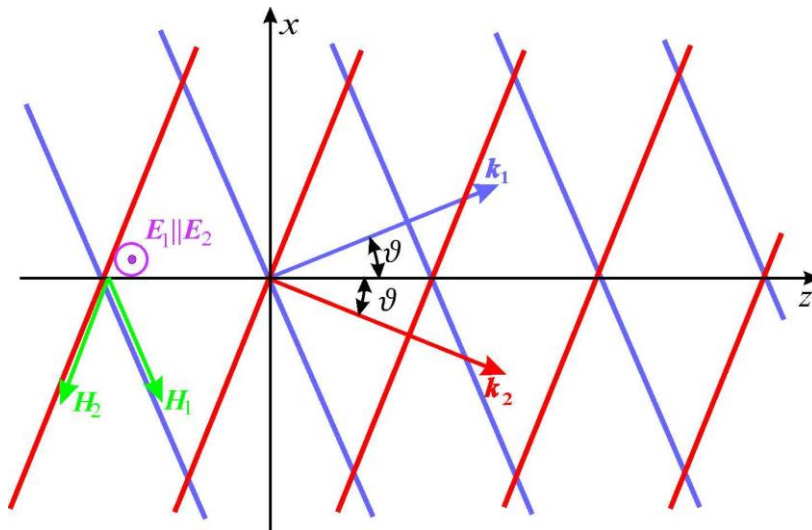
$$k_x = k_{1x} = -k_{2x}, \quad k_z = k_{1z} = k_{2z}.$$

Z možných orientací elektrického a magnetického pole vyberme tu, ve které vektory elektrického pole obou interferujících vln jsou rovnoběžné a orientované ve směru osy y

$$\tilde{E}_{1y}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \frac{\delta_0}{2})},$$

$$\tilde{E}_{2y}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t - \frac{\delta_0}{2})},$$

kde jsme případný rozdíl fází δ_0 v místě $\mathbf{r} = 0$ a čase $t = 0$ symetricky rozdělili mezi obě vlny.



Obr. 4.13 Interference 2 rovinných vln, jejichž vlnové vektory svírají úhel 2ϑ , stejně jako jejich vektory magnetického pole, zatímco vektory elektrického pole obou vln jsou rovnoběžné s osou y a kolmé na rovinu určenou vektory $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$.

Pro intenzitu elektrického pole výsledné vlny pak platí

$$\begin{aligned} \tilde{E}_y(\mathbf{r}, t) &= \tilde{E}_{1y}(\mathbf{r}, t) + \tilde{E}_{2y}(\mathbf{r}, t) = \\ &= E_0 e^{i(k_z z - \omega t)} \left(e^{i(k_x x + \frac{\delta_0}{2})} + e^{-i(k_x x + \frac{\delta_0}{2})} \right) = \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$= 2E_0 \cos\left(k_x x + \frac{\delta_0}{2}\right) e^{i(k_z z - \omega t)}.$$

Pro hustotu elektrické energie pak můžeme psát

$$\begin{aligned} \langle u_E \rangle_T = I &= \frac{1}{2} \langle \text{Re}\{\tilde{\mathbf{E}}\} \cdot \text{Re}\{\tilde{\mathbf{D}}\} \rangle_T = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \left\langle \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{E}}^*) \cdot \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{E}}^*) \right\rangle_T = \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 \varepsilon_r \tilde{\mathbf{E}} \cdot \tilde{\mathbf{E}}^* = \frac{1}{4} \varepsilon_0 n^2 4E_0^2 \cos^2\left(k_x x + \frac{\delta_0}{2}\right) = \\ &= 4I_0 \cos^2\left(k_x x + \frac{\delta_0}{2}\right) = 2I_0 [1 + \cos(2k_x x + \delta_0)]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Hustota elektrické energie tedy osciluje ve směru x v celém prostoru. Rozložení intenzity závisí jen na souřadnici x a nezávisí na souřadnicích y a z . Maximum výrazu 4.22 nastává pro

$$\cos(2k_x x_{max} + \delta_0) = \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} x_{max} \sin \vartheta + \delta_0\right) = 1 \quad (4.23)$$

$$\boxed{\frac{4\pi}{\lambda} x_{max} \sin \vartheta + \delta_0 = 2\pi m,} \quad (4.24)$$

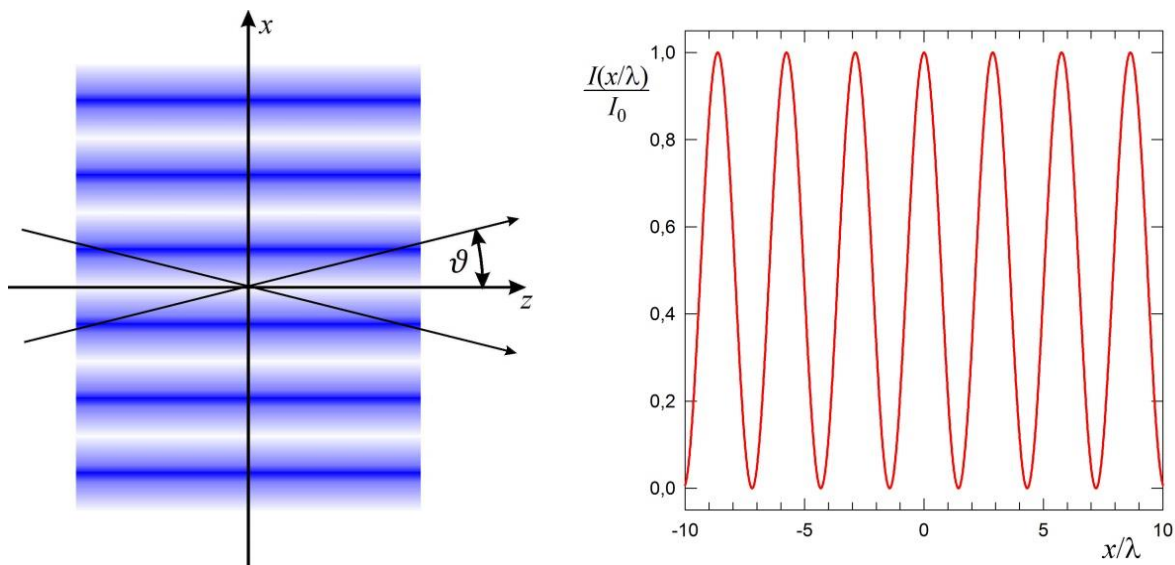
kde m je celé číslo. V případě $\delta_0 = 0$ nastává nulté maximum ($m = 0$) v rovině $x = 0$. Pokud je δ_0 rovno lichému násobku π , nastává v rovině $x = 0$ minimum intenzity interferenčního obrazce. Sousední maxima jsou vzdálena o

$$\frac{4\pi}{\lambda} \Delta x \sin \vartheta = 2\pi \quad (4.25)$$

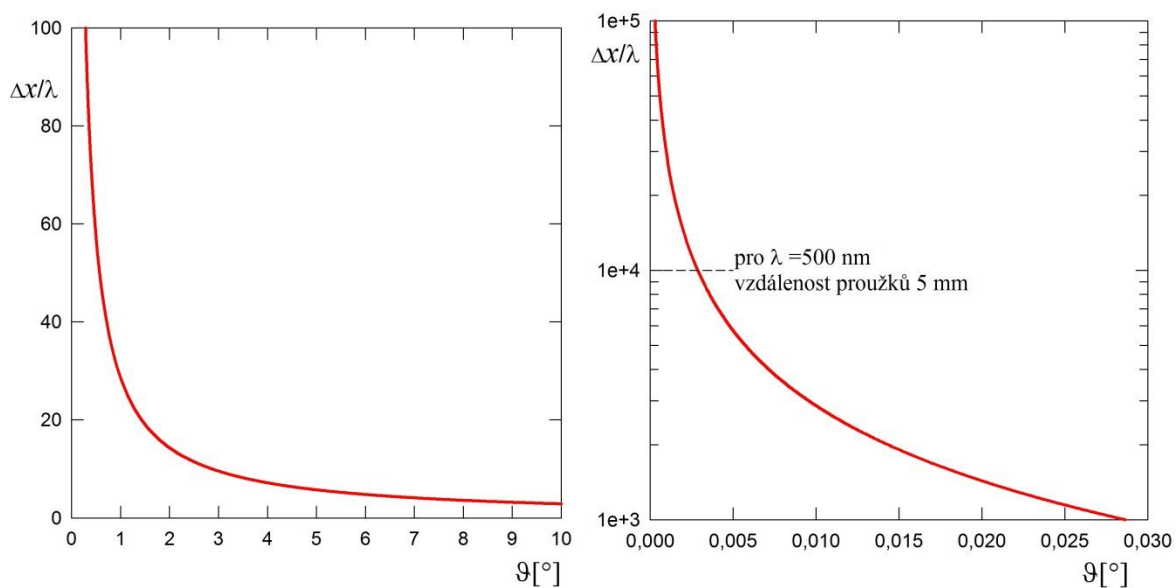
$$\boxed{\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \vartheta}.} \quad (4.26)$$

Z obr. 4.14 je zřejmé, že interferenční obrazec je možné detekovat (např. vidět při vložení matice do daného prostoru) kdekoli. Takový obrazec nazýváme **delokalizovaný** a je **reálný**.

S klesajícím úhlem ϑ narůstá vzdálenost sousedních maxim (i minim). Maxima i minima se rozšiřují a v limitě $\vartheta = 0$, $\Delta x \rightarrow \infty$ dostáváme popis shodný s modelem interference dvou rovinných vln s rovnoběžnými vlnovými vektory. Vzhledem k tomu, že jsme předpokládali kolinearitu vektorů elektrické intenzity \mathbf{E} obou interferujících vln, nezávisí velikost maxim a minim hustoty elektrické energie složené vlny na úhlu ϑ . Vektory magnetické intenzity \mathbf{H} však kolineární nejsou a proto velikosti maxim a minim hustoty magnetické energie ve směru x a složky Poyntingova vektoru ve směru osy z na úhlu ϑ závisí (**Dodatek 4.4**). Podobně na úhlu ϑ závisí viditelnost interferenčních proužků pokud vektory \mathbf{E}_1 a \mathbf{E}_2 nejsou kolineární (na rozdíl od předchozího předpokladu), např. leží v rovině určené vlnovými vektory \mathbf{k}_1 a \mathbf{k}_2 .



Obr. 4.14 Interference dvou rovinných vln s nekolineárními vlnovými vektory.
 (a) Naznačení rozložení intenzity interferenčního obrazce v řezu v rovině xz .
 (b) Rozložení hustoty elektrické energie ve směru x pro úhel $\vartheta = 10^\circ$.



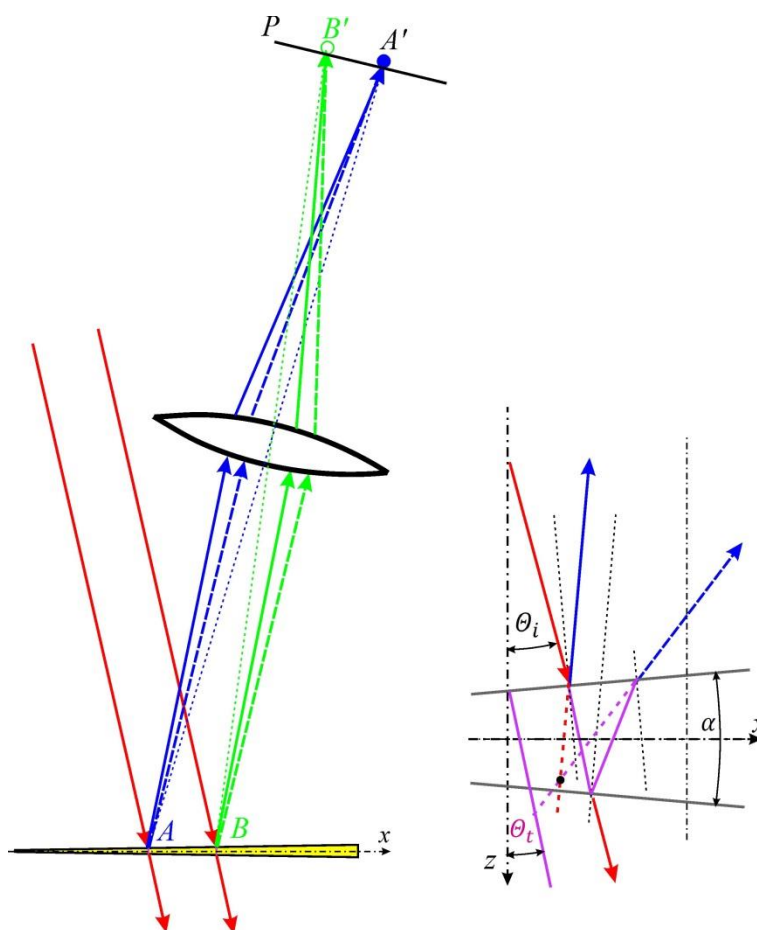
Obr. 4.15 Závislost vzdálenosti sousedních maxim intenzity interference ve směru x v závislosti na úhlu mezi vlnovými vektory obou rovinných vln vstupujících do interference. Aby vzdálenost proužků ve viditelném oboru byla „makroskopická“, úhly mezi $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ musí být velmi malé.

Interferenční kroužky stejné tloušťky

V případě, že řídicím parametrem splnění interferenční podmínky je tloušťka (např. klínu), lze pozorovat interferenční obrazce nazývané kroužky (proužky) stejné tloušťky. Název proužky stejné tloušťky vyplývá z toho, že parametrem měnícím fázový rozdíl interferujících vln je **tloušťka vrstvy v daném místě** (na rozdíl od proužků stejného sklonu, kde jím byl úhel dopadu vlny na planoparalelní desku). Tyto proužky jsou též nazývány Fizeauovy proužky.

V případě, že vrcholový úhel klínu α je malý, platí

$$\tan \alpha \sim \alpha = \frac{d}{x}, d = x\alpha$$



Obr. 4.16 Paprskový model interference na tenkém klínu. O tom, zda se v místě pozorování A' , B' objeví interferenční proužky maximální intenzity nebo intenzity minimální, rozhoduje splnění podmínek v místech A a B pro fázový rozdíl mezi přímo odraženou vlnou (plné čáry) a vlnou odraženou na spodní straně klínu (čárkované čáry). Právě v místech A' , B' dojde k interferenci částí vlnoploch vln vycházejících z oblastí kolem bodů A a B a odvozených od jednoho původního (červeného) paprsku dopadajícího do oblastí A nebo B .

K maximu intenzity dochází při splnění podmínky fázového rozdílu, kterou v aproximaci malých úhlů α [rad] můžeme napsat

$$\begin{aligned}\delta_{12}(x_{MAX}) &\cong \frac{2\pi}{\lambda_0} 2n_2 d \cos \theta_t + \pi = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 \alpha x_{MAX} \cos \theta_t + \pi \\ &= 2m\pi,\end{aligned}$$

kde λ_0 je vlnová délka ve vakuu. Maxima jsou lokalizována v místech

$$\begin{aligned}x_{MAX} &\cong \frac{\lambda_0}{2n_2 \alpha \cos \theta_t} \left(m - \frac{1}{2}\right) = \frac{\lambda}{2\alpha \cos \theta_t} \left(m - \frac{1}{2}\right), \\ d_{MAX} &\cong \alpha x_{MAX} \cong \frac{\lambda_0}{2n_2 \cos \theta_t} \left(m - \frac{1}{2}\right) = \frac{\lambda}{2 \cos \theta_t} \left(m - \frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

Nejvhodnější podmínky pro pozorování interferenčního obrazce na klínu bývají pro kolmý dopad záření (obr. 4.16), $\cos \theta_t \cong 1$.

$$x_{MAX} \cong \frac{\lambda_0}{2n_2 \alpha} \left(m - \frac{1}{2}\right) = \frac{\lambda}{2\alpha} \left(m - \frac{1}{2}\right).$$

Tloušťka klínu v místě m -tého interferenčního maxima je

$$d_{MAX} = \frac{\lambda}{2} \left(m - \frac{1}{2}\right)$$

a tloušťka klínu v místech sousedních interferenčních maxim se liší o $\frac{\lambda}{2}$.

Připomeňme, že k tomu, aby interferenční proužky byly „makroskopické“, úhly α musí být malé. Např. pro $\lambda_0 = 500$ nm a index lomu 1,5 chceme-li získat vzdálenost sousedních proužků 1 mm, potřebujeme klín s úhlem zhruba $0,01^\circ$. V našem schématu je tedy z důvodu názornosti úhel α výrazně větší.

4.2 Interference mnoha vln s rovnoběžnými vlnovými vektory

Dosud jsme se zabývali řadou případů, kdy spolu interferovaly dvě vlny. V další části se budeme věnovat popisu dvou speciálních situací, kdy dochází k interferenci mnoha vln s rovnoběžnými vlnovými vektory.

4.2.1 Interference mnoha vln s rovnoběžnými vlnovými vektory, stejnými amplitudami a stejnými fázovými rozdíly

Pro tuto úlohu je důležitý fázový posuv mezi vlnami, např. fázový posuv mezi vlnami m a $m + 1$ označme $\delta \equiv \delta_{m+1,m}$.

V našem popisu se omezíme jen na rovinné vlny s vlnovým vektorem $k = (k \sin \vartheta, 0, k \cos \vartheta)$ ležícím v rovině xz a nezávislým na m . Pro m -tou vlnu ($m \in \langle 0; N - 1 \rangle$) můžeme napsat

$$E_m(x, z, \vartheta, t) = E_0 e^{ikx \sin \vartheta} e^{ikz \cos \vartheta} e^{im\delta} e^{-i\omega t} = E_{m=0} e^{im\delta}. \quad (4.27)$$

Složení N takových vln spočteme jako součet konečné geometrické řady

$$E_{tot} = E_{m=0} \sum_{m=0}^{N-1} e^{im\delta} = E_{m=0} \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}}. \quad (4.28)$$

Relativní výkonovou intenzitu spočteme jako

$$\begin{aligned} E_{tot} E_{tot}^* &= E_{m=0} E_{m=0}^* \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} = \\ &= |E_0|^2 \frac{1 - (e^{iN\delta} + e^{-iN\delta}) + 1}{1 - (e^{i\delta} + e^{-i\delta}) + 1} = |E_0|^2 \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos \delta} = \\ &= |E_0|^2 \frac{\sin^2 \left(N \frac{\delta}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)} \propto I_0 N^2 \frac{\sin^2 \left(N \frac{\delta}{2} \right)}{N^2 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

což je periodická funkce δ s periodou $\Delta\delta = 2\pi$. Její hlavní maxima nastávají při nulovém jmenovateli a s použitím l'Hospitalova derivačního pravidla je

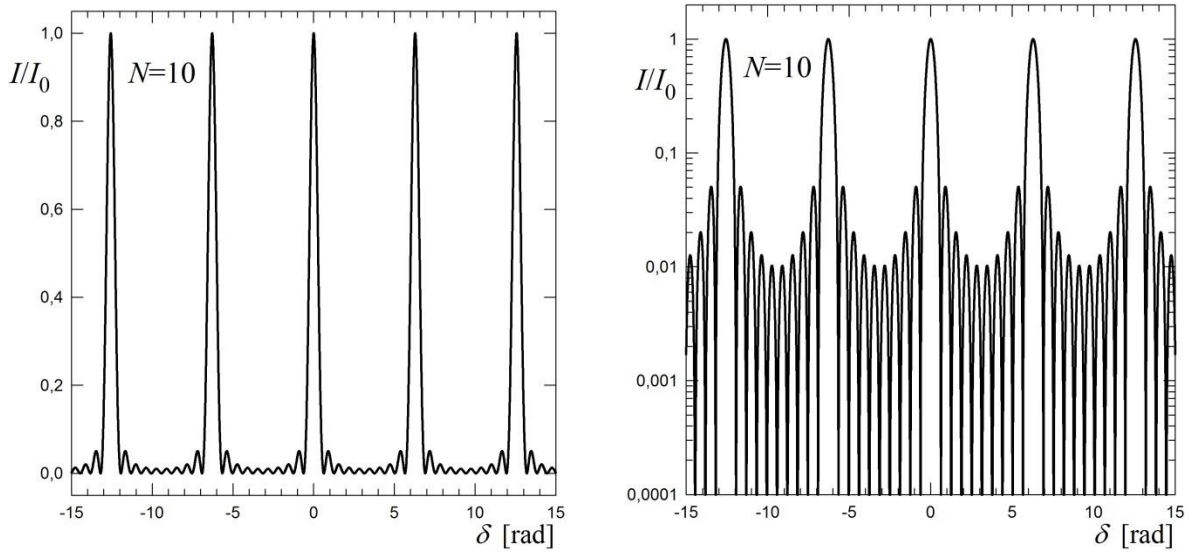
$$\lim_{\delta \rightarrow 2m\pi} \frac{\sin^2 \left(N \frac{\delta}{2} \right)}{N^2 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)} = 1. \quad (4.30)$$

Nulové body této funkce jsou

$$\sin N \frac{\delta}{2} = 0, \quad \text{přičemž} \quad \sin \frac{\delta}{2} \neq 0, \quad (4.31)$$

$$\delta = 2\pi \frac{p}{N}, \quad \delta \neq 2m\pi, \quad p, m \text{ celá čísla, } \frac{p}{N} \text{ číslo necelé.}$$

Výsledkem tohoto modelu interference rovinných vln s rovnoběžnými vlnovými vektory v závislosti na fázovém rozdílu δ by byla modulace intenzity homogenní v **celém interferenčním prostoru**, protože fázový rozdíl δ na prostorové souřadnici nezávisí. Tedy nastává rozsvěcení a zhášení v celém prostoru, což není příliš zajímavé.



Obr. 4.17 Graf funkce $\frac{\sin^2\left(N\frac{\delta}{2}\right)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$ pro $N = 10$. Funkce je periodická s periodou 2π .

4.2.2 Interference nekonečně mnoha vln s rovnoběžnými vlnovými vektory, různými amplitudami a stejnými fázovými rozdíly – interference na planoparalelní desce

Následuje model obdobný tomu, který jsme uvedli v části 4.1.1 s reálnými Fresnelovými koeficienty reflexe a transmise v aproximaci interference 2 vln. Uspořádání je totožné s případem interference 2 vln na obr. 4.10. Rozdíl je pouze v tom, že započítáme nikoli jen vlnu vzniklou při 2 vnitřních odrazech, ale z **početních důvodů** vezmeme do úvahy zidealizovanou možnost nekonečně mnoha vnitřních odrazů. Vlnu dopadající na horní rozhraní můžeme zapsat jako

$$\tilde{\mathbf{E}}_i = \mathbf{E}_{0i} e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = \mathbf{E}_{0i} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_1 z \cos \theta_i} e^{-i\omega t}, \quad z < 0. \quad (4.32)$$

Vlna, jejíž paprsek je lomen v bodě B do prostředí za deskou (index lomu n_1 , vlna 1), je pak

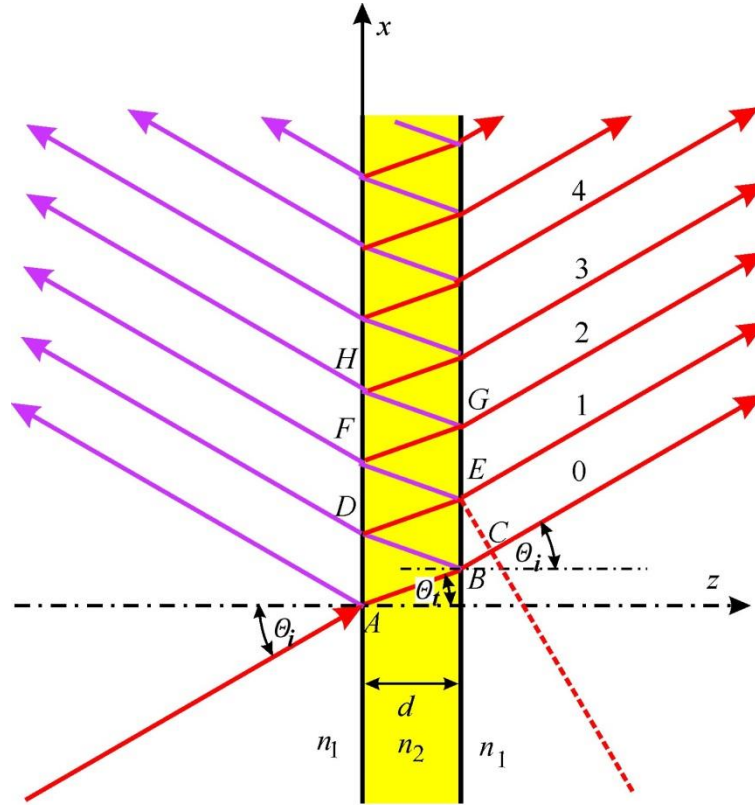
$$\tilde{\mathbf{E}}_{t0} = t_{12} t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} \mathbf{E}_{0i} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_1 z \cos \theta_i} e^{-i\omega t} = t_{12} t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} \tilde{\mathbf{E}}_i, \quad z > d, \quad (4.33)$$

kde t_{12} a t_{21} jsou Fresnelovy amplitudové koeficienty transmise z prostředí 1 (např. vzduch) do prostředí 2 (dielektrická deska) a z prostředí 2 do prostředí 1 pro odpovídající polarizaci s nebo p . $\frac{\delta}{2}$ je fázový posuv získaný při jednom průchodu deskou od rozhraní 1 k rozhraní 2. Vlna lomená v bodě E (vlna 2) je

$$\tilde{\mathbf{E}}_{t1} = t_{12} e^{i\frac{\delta}{2}} r_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} r_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} t_{21} \tilde{\mathbf{E}}_i = t_{12} r_{21} r_{21} t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} e^{i\delta} \tilde{\mathbf{E}}_i, \quad (4.34)$$

kde r_{21} je Fresnelův amplitudové koeficienty odrazu na rozhraní z prostředí 2 do prostředí 1. Pro jednoduchost zápisu výpočtu předpokládáme, že všechny koeficienty r_{12} , r_{21} , t_{12} , t_{21} jsou reálné a splňují Stokesovy vztahy, tedy že struktury určující odrazivost rozhraní ani materiál desky vůbec neabsorbují. Často bývá zvykem fázový posuv získaný na dráze dvojitého

průchodu označit $\delta(ABD) = \delta(BDE) = \dots = \delta = 2 \frac{\omega}{c} n_2 d \cos \theta_t$. Fázový úhel $\frac{\delta}{2}$ bývá nazýván jako fázová tloušťka vrstvy.



Obr. 4.18 Paprskový model mnohonásobných odrazů v planoparalelní dielektrické desce

$$\tilde{\mathbf{E}}_{t2} = t_{12} (r_{21} r_{21})^2 t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} e^{2i\delta} \tilde{\mathbf{E}}_i$$

Vlna lomená v bodě G (vlna 3)

$$\tilde{\mathbf{E}}_{t3} = t_{12} r_{21}^6 t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} e^{3i\delta} \tilde{\mathbf{E}}_i$$

Podle Stokesových vztahů (**Dodatek 3.4**) pro obě složky polarizace je $r_{12} = -r_{21} = r$ a pro l -tou vlnu prošlou dielektrickou deskou platí

$$\tilde{\mathbf{E}}_{tl} = t_{12} t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} r^{2l} e^{il\delta} \tilde{\mathbf{E}}_i.$$

Celkové pole za deskou získáme jako součet

$$\tilde{\mathbf{E}}_t = t_{12} t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} \tilde{\mathbf{E}}_i (1 + r^2 e^{i\delta} + r^4 e^{2i\delta} + \dots). \quad (4.35)$$

Výraz v závorce je geometrická řada s kvocientem $q = r^2 e^{i\delta}$. Budeme předpokládat, že počet odrazů je velký, použijeme vztahu pro součet nekonečné geometrické řady (Airyho metoda sčítání odrazů) a dostaneme

$$\tilde{\mathbf{E}}_t = \frac{t_{12} t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}}}{1 - r^2 e^{i\delta}} \tilde{\mathbf{E}}_i = t_{12} t_{21} e^{i\frac{\delta}{2}} \frac{1}{1 - r^2 e^{i\delta}} \mathbf{E}_{0i} e^{i(k_1 r - \omega t)}. \quad (4.36)$$

Pro intenzitu v prostředí za deskou platí

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 n^2 \tilde{\mathbf{E}}_t \cdot \tilde{\mathbf{E}}_t^* = \frac{1}{2} \varepsilon_0 n^2 \frac{(t_{12} t_{21})^2}{1 + r^4 - r^2(e^{i\delta} + e^{-i\delta})} E_{0i}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 n^2 \frac{(t_{12} t_{21})^2}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \delta} E_{0i}^2 = \frac{(t_{12} t_{21})^2}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \delta} I_0. \end{aligned} \quad (4.37)$$

S využitím Stokesových vztahů (**Dodatek 3.4**)

$$\begin{aligned} r_{p12} &= -r_{p21}, & r_{s12} &= -r_{s21}, \\ t_{p12} t_{p21} &= 1 - r_{p12}^2, & t_{s12} t_{s21} &= 1 - r_{s12}^2 \end{aligned}$$

dostaneme

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{(1 - r^2)^2 E_{0i}^2}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \delta} = \frac{(1 - r^2)^2 E_{0i}^2}{(1 - r^2)^2 + 2r^2(1 - \cos \delta)} = \\ &= \frac{(1 - r^2)^2 E_{0i}^2}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{I_0}{1 + \frac{4r^2}{(1 - r^2)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{I_0}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} \end{aligned} \quad (4.38)$$

Funkce $I_t(R)$ je nazývána Airyho funkce. Veličina

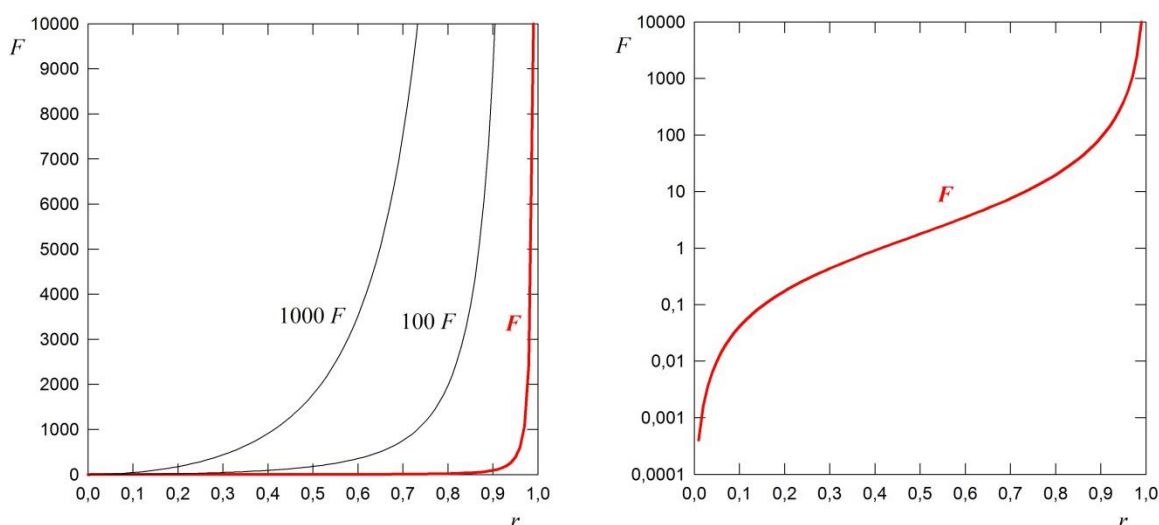
$$F = \frac{4r^2}{(1 - r^2)^2} = \frac{4R}{(1 - R)^2} \quad (4.39)$$

se nazývá jemností, $R = |r|^2$ je intenzitní (výkonový) koeficient odrazu. Závislost $F(r)$ je znázorněna na obr. 4.18. Je zřejmé, že s rostoucím koeficientem odrazu jemnost silně narůstá, zvláště v oboru $r > 0,8$.

Uvedený model součtu nekonečné řady předpokládá nekonečné rozměry desky i nekonečné vlnoplochy dopadající, odražené i procházející vlny, což je v reálné situaci nemožné. Zejména při šikmém dopadu vlny s vícenásobným vnitřním odrazem nemohou plnohodnotně přispívat k výsledné intenzitě. Úplné zobrazení kroužků stejného sklonu by vyžadovalo nekonečně velkou fokusační optiku.

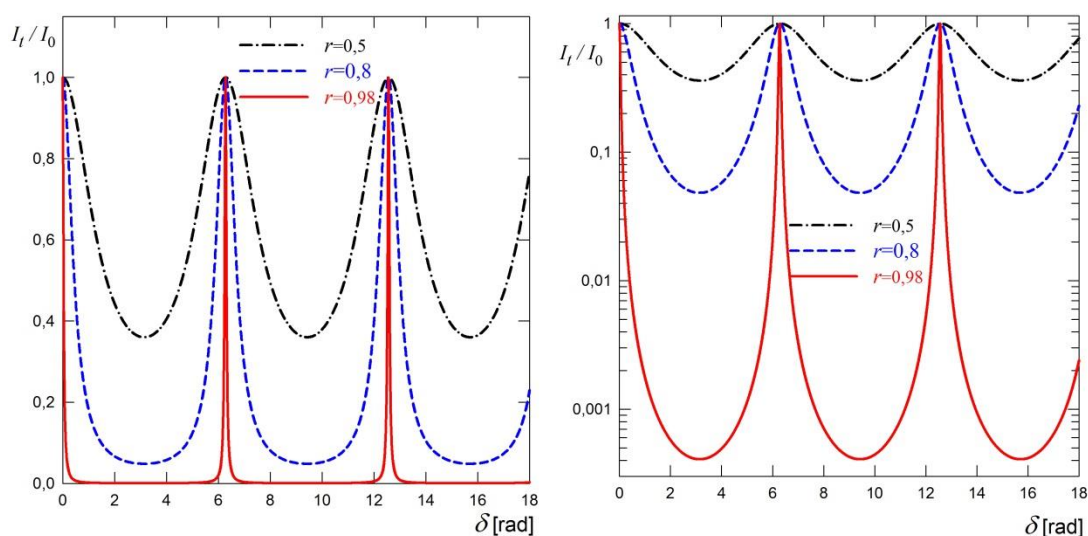
Započítání vícenásobných vnitřních odrazů je důležité pro koeficienty odrazu větší než poskytují Fresnelovy koeficienty pro jednoduché rozhraní. Z hlediska praktických využití obdobných uspořádání jsou zajímavé právě případy s **vysokým koeficientem odrazu** na rozhraních. To je případ, kdy mnohonásobné odrazy v desce vedou k zajímavým vlastnostem,

kteřé nacházejí mnohé aplikace v moderní optice. Vysoký koeficient odrazu se projevuje výrazným zúžením interferenčních maxim I_t (obr. 4.20).

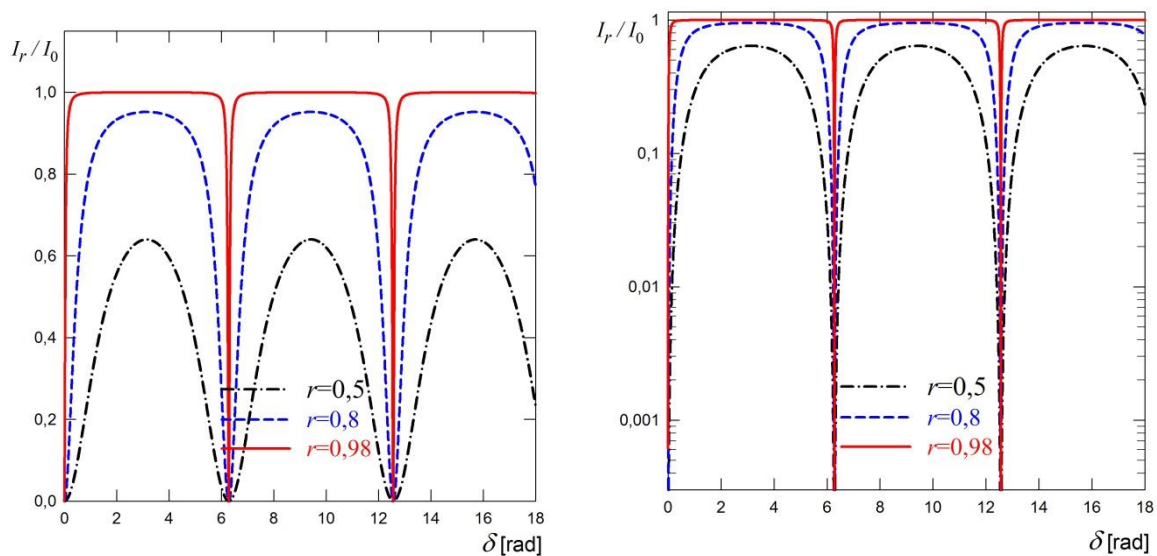


Obr. 4.19 Závislost parametru jemnosti F na amplitudovém koeficientu odrazu. Vlevo v lineární škále násobky F 1x, 100x a 1000x. Vpravo F v logaritmické škále.

Diskusi o výsledcích modelu lze vést stejně jako v případě dvousvazkové interference na planoparalelní desce. V modelu, kdy na desku necháme dopadat jedinou rovinnou vlnu, nezávisí intenzita pole na prostorové souřadnici a interferenční prostory se rozjasňují či zatemňují. Rozdíl mezi dvou- a mnohasvazkovým případem je pouze v závislostech $I_t(r, t, \delta)$ a $I_r(r, t, \delta)$. Zatímco započtení dvousvazkové interference vedlo ke kosinové závislosti, mnohasvazková interference má poněkud odlišný výsledek, viz obr 4.20 a 4.21. V obou případech je však realističtější dopad vln z nějakého intervalu úhlů dopadu a v obou případech to vede ke kroužkům stejného sklonu. Některé příklady jsou uvedeny v **Dodatku 4.6**



Obr. 4.20 Intenzity procházejícího záření při mnohonásobných odrazech v dielektrické desce v závislosti na fázovém posuvu δ . Vlevo lineární škála, vpravo logaritmická stupnice.



Obr. 4.21 Intenzity odraženého záření při mnohonásobném odrazu v dielektrické desce v závislosti na **fázovém posuvu** δ .

Intenzitu vlny složené z jednotlivých vln před deskou lze vypočítat analogickým postupem a dostaneme

$$I_r = I_0 \frac{F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = I_0 \left[1 - \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right] = I_0 - I_t. \quad (4.40)$$

Výsledek splňuje zákon zachování výkonů nesených vlnami, což je v souladu s idealizovaným předpokladem, že v žádné uvažované struktuře ani na rozhraní nedochází k absorpci, rozptylu ani k úniku výkonu do stran v důsledku viněťace (omezení sběru způsobenému konečnými rozměry systému, včetně optické soustavy a detektoru).

Zavedeme-li výkonovou propustnost

$$T = \frac{I_t}{I_0} \quad (4.41)$$

a výkonovou odrazivost

$$R = \frac{I_r}{I_0}, \quad (4.42)$$

zřejmě platí v našem bezztrátovém modelu

$$T + R = 1. \quad (4.43)$$

Z toho vyplývá, že maximální hodnota propustnosti je rovna jedné. To nastává vždy, když

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0,$$

tedy pro $\delta = 2m\pi$. Minimum propustnosti $T = \frac{1}{1+F}$ je pozorováno v případě, že $\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 1$.

Kontrast interferenčních kroužků můžeme popsat vztahem

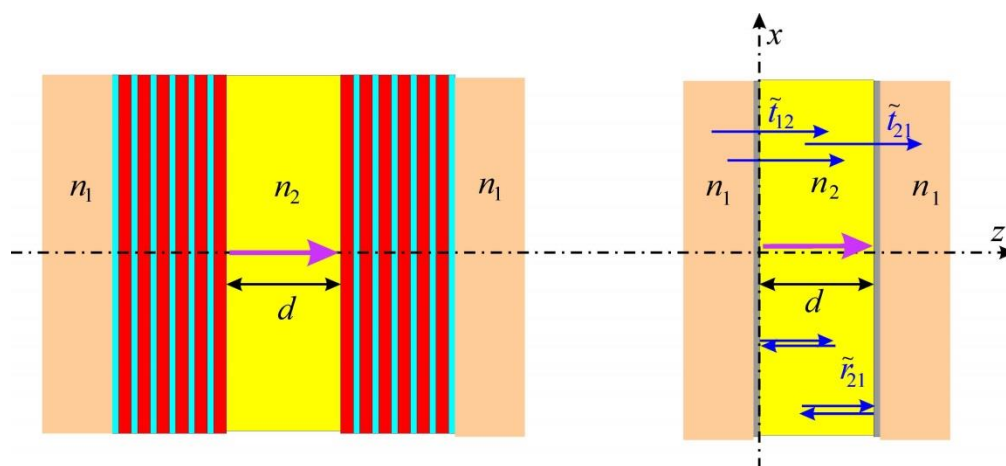
$$\frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}} = \frac{F}{F + 2}$$

nebo

$$\frac{T_{max} - T_{min}}{T_{min}} = \frac{1 - \frac{1}{1+F}}{\frac{1}{1+F}} = F.$$

Parametr jemnosti tedy souvisí nejen s šířkou, ale i s kontrastem interferenčních proužků.

Prakticky se vysoká odrazivost dříve realizovala nanesením tenké kovové vrstvy na rozhraní, což je spojeno s nežádoucí velkou absorpcí i ve velmi tenké vrstvě, která silně omezovala dosažitelné hodnoty odrazivosti. Jiná možnost dosažení vysokých odrazivostí je pracovat s velkými úhly θ_i, θ_t , což je realizováno v interferometru zvaném Lummerova–Gehrckova deska. Teprve moderní technologie depozice mnoha tenkých vrstev umožnily realizaci opravdu vysokých hodnot reflektivity i při kolmém dopadu. Použití mnohonásobných dielektrických vrstev vede až k hodnotám výkonové odrazivosti $R = 0,9999$ a hlavním důvodem tohoto omezení je rozptyl záření. V těchto případech (na rozdíl od jednoduchých rozhraní) jsou celkové amplitudové koeficienty odrazu a průchodu komplexní i při použití neabsorbujících materiálů.

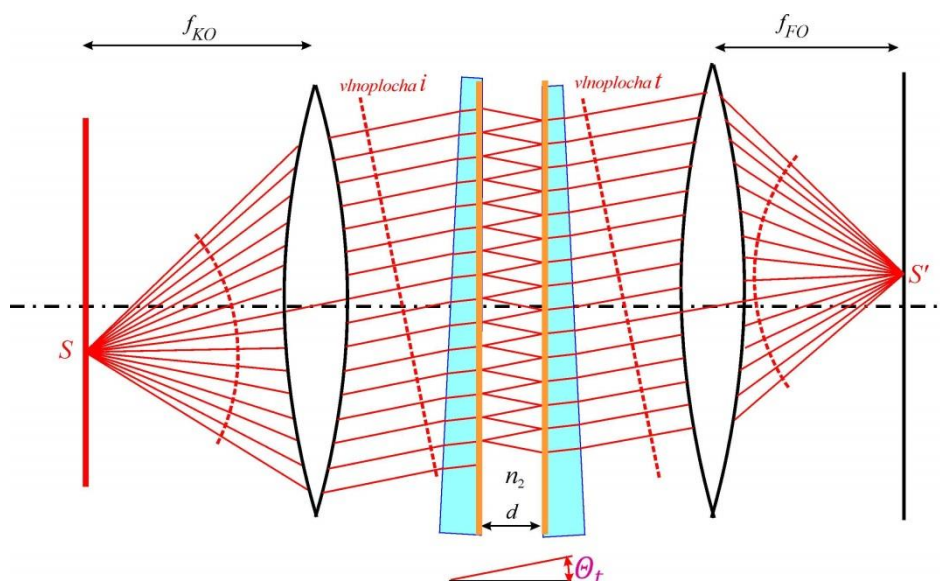


Obr. 4.22 Schématické znázornění rozhraní mezi prostředím 1 a 2 s možností vysokého koeficientu odrazivosti. Zeleně jsou znázorněny vrstvy s vyšším indexem lomu, červeně vrstvy s nižším indexem lomu. Vpravo náhradní schéma symetrické struktury, ve kterém je působení mnohavrstevné struktury na tečné složky elektrického pole popsáno komplexními koeficienty $\tilde{r}_{12}, \tilde{r}_{21}, \tilde{r}_{21}$.

Fabryův-Pérotův interferometr

Interference mnoha svazků se využívá ve **Fabryově-Pérotově interferometru** (obr.4.23). Ten je tvořen dvojicí paralelních zrcadel s vysokým koeficientem odrazu, na která dopadá světlo ze zdroje. Lze použít stejné způsoby vstupu světla, jaké jsme zmiňovali u Michelsonova interferometru i planoparalelní desky: rovinné vlny připravené jako kolimovaný svazek z malinkého zdroje, kulová vlna z malinké dírkky (laser osvětlující „pin hole“) nebo difúzní zdroj světla umístěný volně před vstupem do interferometru či v předmětové ohniskové rovině spojné čočky.

Po mnohonásobném odrazu je světlo po výstupu z interferometru fokusováno pro vizuální pozorování na matnici, kde se vytvářejí interferenční kroužky. Pro spektroskopické účely pak na detektor (zejména pokud nás zajímá intenzita ve středu interferenčního obrazce) či soustavu detektorů pro zachycení rozložení intenzit v obrazci. Maxima vznikají při splnění podmínky $\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0$. Základní aplikací Fabryova-Pérotova interferometru je přesné stanovení spektrálního rozštěpení vlnové délky dopadajícího záření, pokud obsahuje několik složek o velmi blízkých vlnových délkách. To je umožněno úzkým profilem závislosti $I_t(\delta_{21})$, což je výhoda pro tento účel oproti dvousvazkovým interferometrům typu Michelsonova interferometru. Jistou komplikací je úzký spektrální obor, což souvisí s periodicitou funkce $I_t(\delta_{21})$, takže toto zařízení se nehodí pro běžné spektroskopické úlohy stanovení spektrální závislosti hustoty zářivého toku v širším spektrálním intervalu.

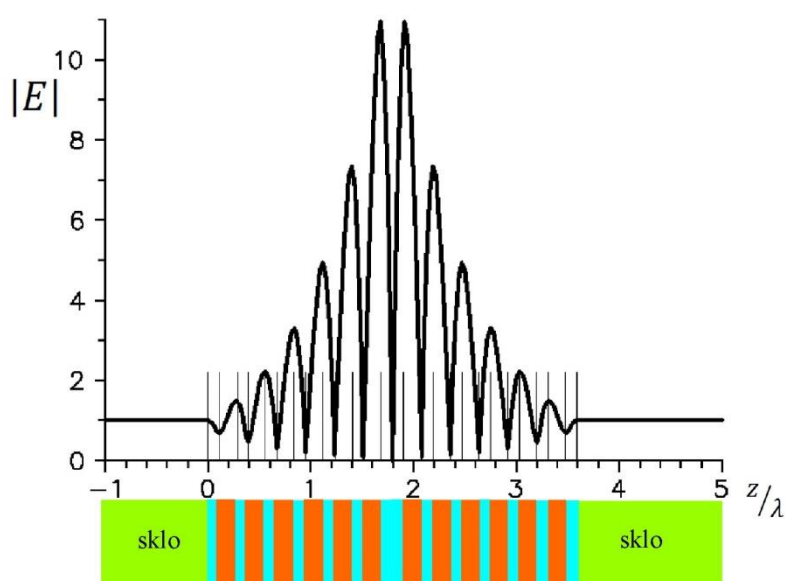


Obr. 4.23 Fabryův-Pérotův interferometr se vstupující jednou rovinnou vlnou. Intenzita obrazu S' bodového zdroje S je modulována funkcí danou vztahem 4.38 Pro to, zda bude obraz intenzivní nebo naopak temný rozhoduje při pevném nastavení d, n_2 úhel θ_t , tedy poloha bodu S . Interferometr lze ladit právě mechanickou změnou d (např. piezoelektricky) nebo indexu lomu n_2 (např. tlakem plynu v prostoru mezi deskami). Vzhledem k osové symetrii jsou při „rozsvícení“ mnoha bodů ve fokální rovině pozorovány kroužky stejného sklonu. Poloha intenzitních maxim je podobná jako u jiných interferometrů, ale velmi podstatný rozdíl je v jejich vysoké ostrosti pro kvazimonochromatické záření s velmi úzkou spektrální čarou.

Příklady rozložení intenzity (řezy obrazcem kroužků stejného sklonu) pro několik poměrů d/λ je uvedeno v **Dodatku 4.6**.

Interferenční filtry

Pro řadu účelů je používán konstrukčně jednodušší Fabryův-Pérotův etalon tvořený velmi přesně planparalelní deskou, která má co nejvyšší odrazivost na přední i zadní ploše. Často je realizován jako soubor tenkých vrstev uzavřený mezi skleněnými deskami. Spektrální charakteristiky (vlnová délka maximální propustnosti) se ovládají přes parametry centrální oblasti (obdoba dutiny ve Fabryově-Pérotově interferometru) a přes konstrukci obklopujících vrstev (odrazivost „zrcadla“ určuje spektrální šířku pásma propustnosti).



Obr. 4.24 Ukázka jednoduchého interferenčního filtru na průchod, kde vrstvy tvořící filtr jsou mezi skleněnými destičkami. Tloušťky jednotlivých vrstev jsou $\frac{\lambda_0}{4n}$. Běžně užívanou kombinací vrstev s nízkým indexem lomu je SiO_x , zde např. $n_L = 1,49$ (v obr. červeně) a vrstev s vysokým indexem, např. TiO_x , $n_H = 2,22$ pro vlnové délky kolem 550 nm. Vrstvy tvořící „zrcadla“ jsou tlustší než centrální rezonanční vrstva o půlvlnové tloušťce. Spektrální závislost propustnosti charakterizovaná šířkou na úrovni poloviny maxima (FWHM) u 550 nm je 1,3 nm. Podle J. Křepelka, Optika tenkých vrstev, Univerzita Palackého, Olomouc 1996.

V důsledku interference vzniká ve struktuře částečně stojaté vlnění a s tím spojená hustota elektrické energie je značně velká, v příkladu na obr. 4.24 je amplituda elektrického pole uprostřed struktury zhruba 11x větší než v postupné vlně dopadající či postupné vlně procházející, tedy v energiích je poměr přes 120. To má význam zejména v laserové technice, pokud se pracuje s vysokými výkony nesenými zářením, kdy silná pole mohou dané struktury degradovat.

DODATKY

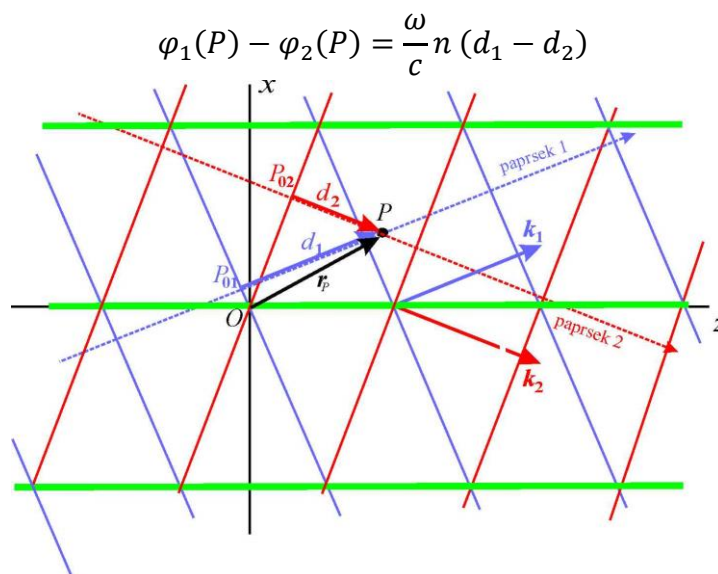
Dodatek 4.1 Paprskové modely interferenčních jevů

Paprskové modely interferenčních jevů bývají přehlednější než obrázky obsahující vlnoplochy. Avšak paprskové modely poněkud zastiňují vlnovou podstatu interference. Mají výhodu, že dobře zobrazují místa, kde ve skutečnosti se interference projevuje nejzřetelněji a nejlépe ukazují místa lokalizace interferenčních obrazců, pokud paprsky vycházejí ze společného bodu, kde k rozdělení primární vlny dochází a spojují se v místě, kde nás interference zajímá.

Tato výhoda se neprojevuje v nejjednodušších modelech pracujících např. s jednou dvojicí vln. Překreslíme-li obrázek 4.13 s doplněním paprsků (patříčných kolmic k vlnoplochám), přehlednější obrázek nedostaneme. Zatímco pro fáze obou vln v bodě P jsme jednoduše vektorově napsali

$$\varphi_1(P) = \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_P - \omega t, \quad \varphi_2(P) = \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_P - \omega t,$$
$$\varphi_1(P) - \varphi_2(P) = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_P$$

je popis pomocí paprsků sice obsahově totožný, ale v tomto jednoduchém případě neposkytuje žádnou výhodu. Při skládání pouhých dvou monochromatických rovinných vln je interferenční obrazec dokonale delokalizovaný.



Obr. 4.25 Model interference dvou rovinných vln (doplněný obr. 4.13). Řezy vlnoploch jsou nakresleny červenými a modrými plnými čarami. Fázová vzdálenost zakreslených vlnoploch je 2π . Paprsky jsou zakresleny čárkovaně. Paprsky 1 a 2 procházejí bodem P , kde nás interference zajímá. Fáze každé z vln je určena **vzdáleností bodu od vlnoplochy** s nulovou fází, tj. $d_1 = \overline{P_{01}P}$ a $d_2 = \overline{P_{02}P}$. Maxima intenzity interferenčního obrazce leží v rovinách rovnoběžných s rovinou yz a jsou naznačena zeleně.

Ve složitějších geometrických uspořádáních však práce v jednom pevném souřadném systému nemusí být výhodou: obrázky se zobrazením vlnoploch nejsou přehledné a je jednodušší sledovat jen délky drah pomocí paprsků.

V paprskových modelech interferenčních jevů jsou komponenty odvozeny od vlny vycházející ze společného zdroje a získány rozdělením typu dělení vlnoplochy nebo dělení amplitudy. Fázový rozdíl $\delta(\mathbf{r})$ je pak získán tím, že vlna 1 a vlna 2 se šíří po odlišných optických drahách. Připomeňme, že délka optické dráhy s mezi body A a B **na témže paprsku** je ve vztahu ke geometrické dráze l (opět na témže paprsku).

$$s = \int_{l(AB)} n(l) dl, \quad \text{obecně,}$$

$$s = \sum_i n_i \Delta l_i, \quad \text{pro homogenní úseky } \Delta l_i,$$

protože v homogenním prostředí jsou paprsky lineární, pokud neprocházejí oblastí ohniska nebo oblastí geometrického obrazu bodu, ze kterého vycházejí.

Fázový rozdíl mezi vlnami 1 a 2 v místě bodu B je

$$\delta(r_B) = \delta(r_A) + (s_1 - s_2) \frac{\omega}{c},$$

kde se předpokládá, že vlny 1 a 2 se dostaly z bodu A do bodu B po různých optických drahách, ale pro obě dráhy body A a B leží na stejných paprscích. Typickým příkladem je základní schéma dvousvazkového interferometru, kde skládáme vlny s vlnovými vektory rovnoběžnými s osami interferometru, viz obr. 4.5.

Pokud se body A a B nenacházejí na témže paprsku, pak je fázový rozdíl potřeba určovat ze vzdálenosti vlnoploch, na kterých body leží. Typickým příkladem je šikmý dopad na planoparalelní desku, viz obr. 4.10.

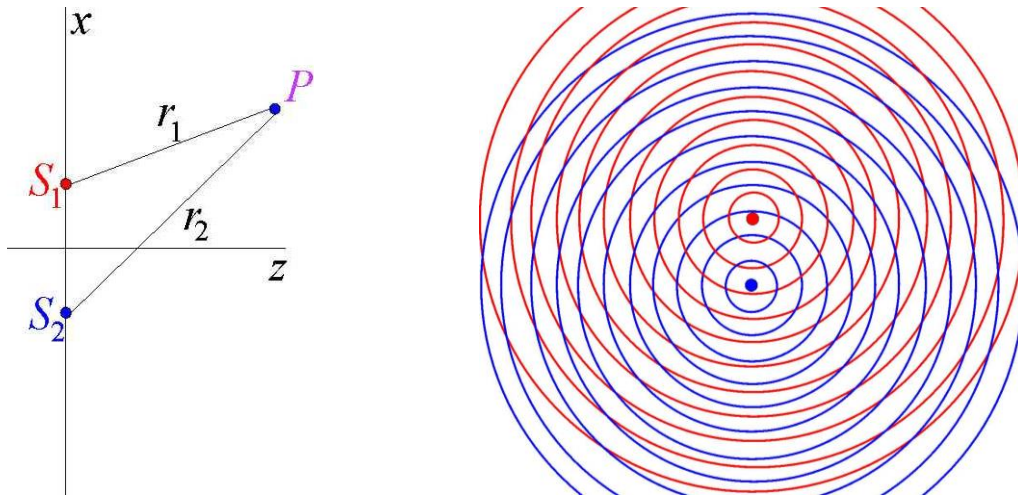
Pokud jsou obě dráhy pro vlny 1 a 2 v homogenním prostředí o stejném indexu lomu n vyplývá z požadavku na fázový rozdíl pro získání maxima intenzity podmínka pro rozdíl optických drah $n \cdot \Delta l = m \lambda_0$, kde λ_0 je vlnová délka záření ve vakuu a n index lomu, m je celé číslo neboli $\Delta l = m \lambda$ (kde $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ je vlnová délka v daném prostředí).

Podobně pro minima intenzity pro rozdíl geometrických drah dostaneme podmínku jako lichý násobek půlvln $\Delta l = (2m - 1) \frac{\lambda}{2} = (2m - 1) \frac{\lambda_0}{2n}$.

Dodatek 4.2 Interference 2 kulových vln

Pojednáme o interferenci 2 kulových vln ve skalární aproximaci a v dostatečně vzdáleném místě od zdrojů. Souřadnice zdrojů $S_1 \equiv [x_0, 0, 0]$ a $S_2 \equiv [-x_0, 0, 0]$. Skalární aproximace pole kulové vlny

$$\begin{aligned}
E_1(x, y, z, t) &\cong \frac{A}{\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2 + z^2}} e^{ik\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2 + z^2}} e^{-i\omega t} \cong \\
&\cong \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} e^{ik\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2 + z^2}} e^{-i\omega t}, \\
E_2(x, y, z, t) &\cong \frac{A}{\sqrt{(x+x_0)^2 + y^2 + z^2}} e^{ik\sqrt{(x+x_0)^2 + y^2 + z^2}} e^{-i\omega t} \cong \\
&\cong \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} e^{ik\sqrt{(x+x_0)^2 + y^2 + z^2}} e^{-i\omega t}.
\end{aligned}$$



Obr. 4.26 Vlevo geometrie pro popis interference 2 kulových vln, vpravo řezy kulovými vlnoplochy. Pokud naznačené vlnoplochy představují v daný okamžik maximální $|E|$, maxima intenzity v interferenčním obrazci jsou v místě křížení „červených“ a „modrých“ vlnoploch.

Podmínka interferenčního maxima je

$$\frac{\omega n}{c} \sqrt{(x-x_0)^2 + y^2 + z^2} + 2\pi m = \frac{\omega n}{c} \sqrt{(x+x_0)^2 + y^2 + z^2}.$$

Proveďme úpravy pro $m \neq 0$

$$\begin{aligned}
\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2 + z^2} + m\lambda &= \sqrt{(x+x_0)^2 + y^2 + z^2}, \\
x^2 - 2xx_0 + x_0^2 + y^2 + z^2 + 2m\lambda \sqrt{x^2 - 2xx_0 + x_0^2 + y^2 + z^2} + m^2\lambda^2 &= \\
&= x^2 + 2xx_0 + x_0^2 + y^2 + z^2, \\
2m\lambda \sqrt{x^2 - 2xx_0 + x_0^2 + y^2 + z^2} &= 4xx_0 - m^2\lambda^2, \\
x^2 - 2xx_0 + x_0^2 + y^2 + z^2 &= \frac{16x^2x_0^2 - 8xx_0m^2\lambda^2 + m^4\lambda^4}{4m^2\lambda^2},
\end{aligned}$$

$$x^2 \left(1 - \frac{4x_0^2}{m^2\lambda^2} \right) + 2x \left(\frac{x_0 m^2 \lambda^2}{m^2 \lambda^2} - x_0 \right) + y^2 + z^2 = \frac{m^2 \lambda^2}{4} - x_0^2,$$

$$x^2 \left(\frac{m^2 \lambda^2 - 4x_0^2}{m^2 \lambda^2} \right) + 2x(x_0 - x_0) + y^2 + z^2 = \frac{m^2 \lambda^2 - 4x_0^2}{4},$$

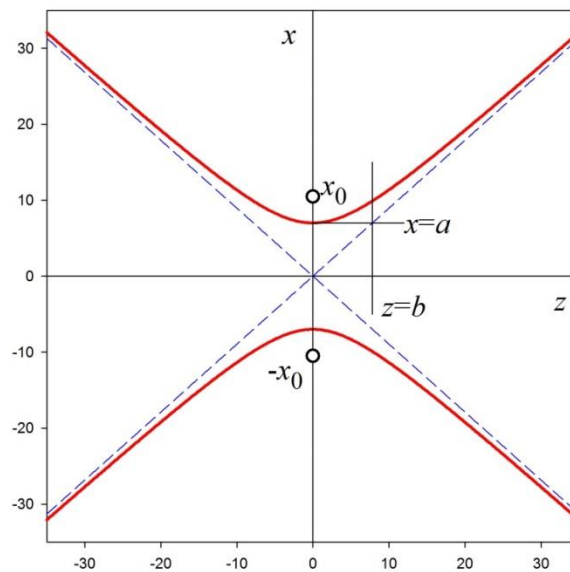
$$\frac{4}{m^2 \lambda^2} x^2 + \frac{4}{m^2 \lambda^2 - 4x_0^2} y^2 + \frac{4}{m^2 \lambda^2 - 4x_0^2} z^2 = 1.$$

Pro $|m\lambda| < |2x_0|$ je $4x_0^2 - m^2\lambda^2 > 0$ a rovnice

$$\frac{4}{4x_0^2 - m^2\lambda^2} y^2 + \frac{4}{4x_0^2 - m^2\lambda^2} z^2 - \frac{4}{m^2\lambda^2} x^2 = -1$$

je rovnicí **rotačního dvojdílného hyperboloidu** s osou rotace x a rovinou symetrie $x = 0$. Zavedme

$$a = \frac{m\lambda}{2}, \quad m^2\lambda^2 = 4a^2, \quad b = \sqrt{x_0^2 - \frac{m^2\lambda^2}{4}}, \quad 4x_0^2 - m^2\lambda^2 = 4b^2.$$



Obr 4.27 Řez dvojdílným rotačním hyperboloidem rovinou $y = 0$. Červeně je zakreslen řez hyperboloidem, čárkovaně modře řez asymptotickou kuželovou plochou.

Pak je rovnice hyperboloidu

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = -1.$$

Pro $m = 0$ dostáváme z interferenční podmínky pro maximum $4xx_0 = 0, x = 0$. Větve hyperboloidů můžeme číslovat $\pm m$.

Podmínka konstantního fázového rozdílu mezi dvěma vlnami vyjádřená slovně: ve dvou dimenzích: hyperbola je kuželosečka, pro jejíž každý bod platí, že absolutní hodnota rozdílu

vzdáleností od dvou pevně daných bodů je vždy stejný a podobně pro hyperboloid ve třech dimenzích.

Pro popis interference ve vzdálenosti mnoha vlnových délek od bodů S_1S_2 je zcela postačující přiblížení asymptotické kuželové plochy. Tato asymptotická rotační plocha vznikne rotací přímky

$$x = z \operatorname{tg} \vartheta = \frac{a}{b} z$$

kolem osy x a její rovnice je

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 0.$$

S rostoucí vzdáleností $\overline{S_1S_2}$ roste počet hyperbolických ploch splňujících podmínku $|m\lambda| \leq 2x_0$. S rostoucí vzdáleností x_0 vybíhají z rotační osy symetrie x nové hyperbolické větve. Při vložení rovinné matrice do interferenčního prostoru můžeme v závislosti na sklonu matrice pozorovat maxima / minima interferenčního obrazce rovinné řezy hyperboloidem / asymptotickým kuželem jako kružnice, elipsy, paraboly či hyperboly. Všimneme si jen 2 základních případů:

- A. řez kolmo na osu x rovinou pozorování $x_P = \textit{konst.}$, interferenční maxima jsou na kružnicích;
- B. řez kolmo na osu z rovinou pozorování $z_P = \textit{konst.}$, interferenční maxima jsou na hyperbolách.

A. Řez kolmo na osu x rovinou pozorování $x_P = \textit{konst.}$, interferenční maxima leží na kružnicích;

Pro případ řezu kolmo na rotační osu dostaneme podmínku pro poloměry kružnic ϱ_P maximální intenzity v rovině pozorování $x = x_P$ (vložení matrice)

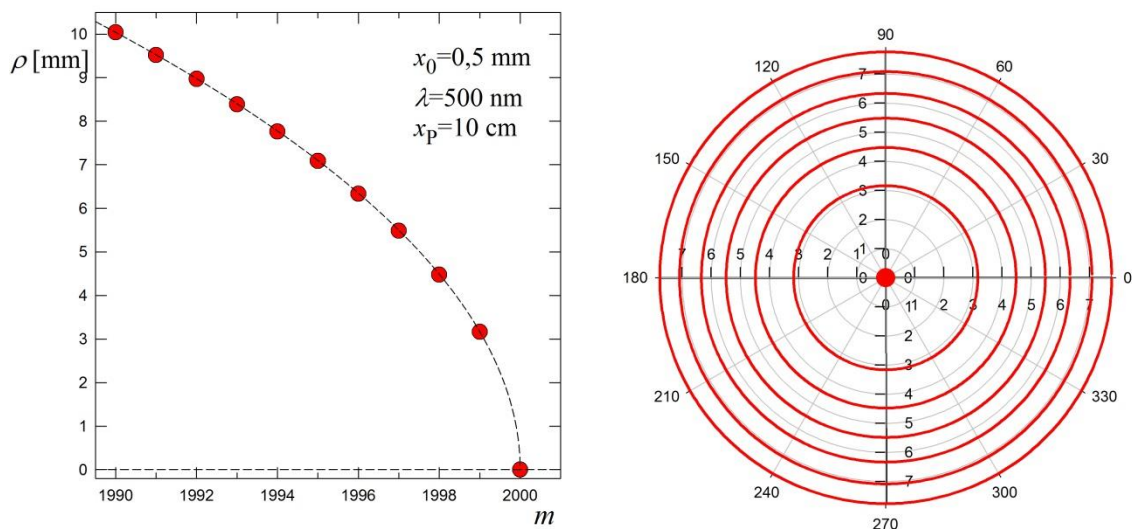
$$\frac{y^2 + z^2}{b^2} = \frac{\varrho_P^2}{b^2} = \frac{x_P^2}{a^2} - 1,$$

$$\varrho_P = \sqrt{\frac{x_P^2}{a^2} b^2 - b^2} = \sqrt{x_P^2 \frac{x_0^2 - a^2}{a^2} - x_0^2 + a^2}$$

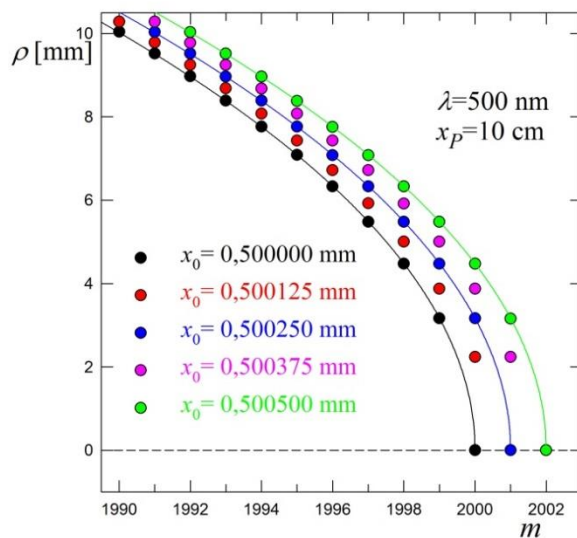
a pro vzdálené místo pozorování $x_P \gg x_0$ jsou poloměry kružnic maximální intenzity

$$\varrho_P \cong x_P \frac{b}{a} = x_P \sqrt{\frac{x_0^2}{a^2} - 1} = x_P \sqrt{\frac{4x_0^2}{m^2 \lambda^2} - 1}$$

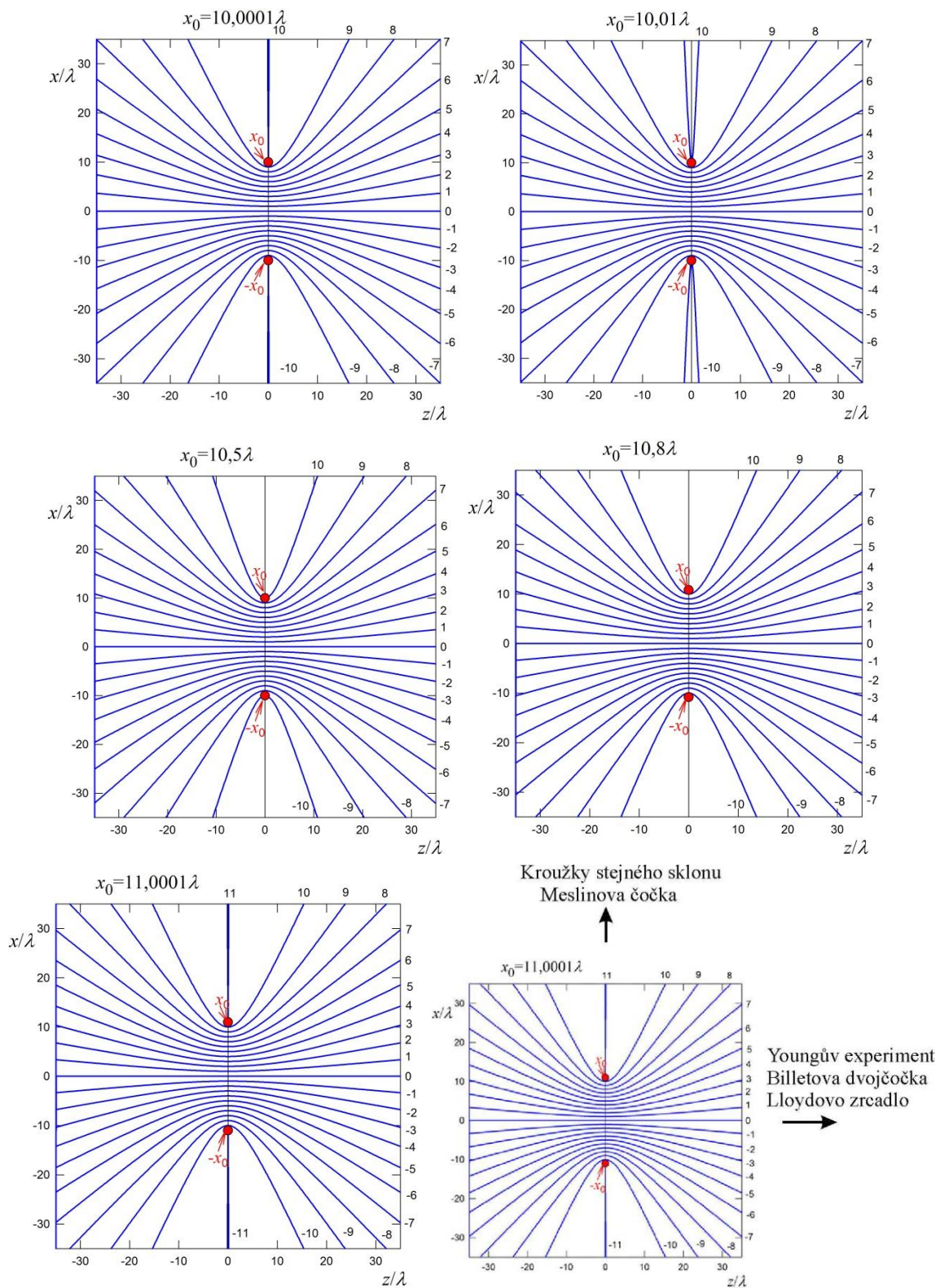
ve shodě s řezem asymptotickým kuželem.



Obr. 4.28 Kroužky maximální intenzity v interferenčním obrazci spočtené v aproximaci asymptotického kuželu. Vlevo závislost poloměru kroužků na čísle m ve vzdálenosti místa pozorování x_p od zdrojů 10 cm, vpravo obrázek těchto kroužků (silné červené čáry), slabé čáry vyznačují polární souřadnice.

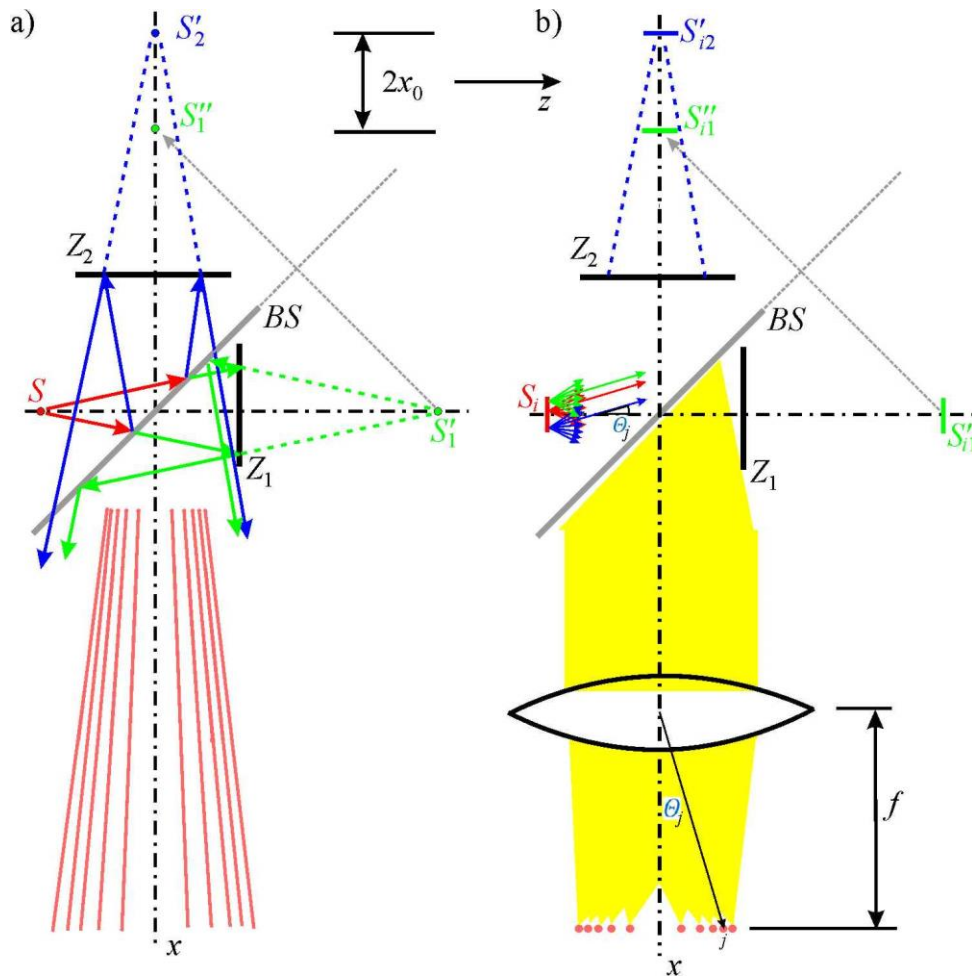


Obr. 4.29 S rostoucí vzdáleností zdrojů kulových vln $2x_0$ se kroužky maximální intenzity rozšiřují a pokud je vzrůst $\Delta(2x_0) > \lambda$, vybíhá z osy $\rho = 0$ interferenčního obrazce další kroužek. Plná křivka představuje aproximaci $\rho_p \propto \sqrt{m_{MAX} - m}$ platnou pro malé rozdíly $m_{MAX} - m$.



Obr. 4.30 Ukázka změn hyperboloidů konstruktivní interference při malé změně vzdálenosti zdrojů S_1S_2 . Ve směru osy x zvětšování vzdálenosti $2x_0$ vede k vybíhání dalších kroužků stejného sklonu (např. v Michelsonově interferometru). Čísla na obvodu jsou m .

Kulová vlna v ideálním Michelsonově interferometru



Obr. 4.31 a) Jedna kulová vlna na vstupu do Michelsonova interferometru vycházející ze zdroje S . Virtuální obrazy zdroje S na zrcadlech Z_1 a Z_2 jsou označeny S'_1 a S'_2 , S''_1 je symetrický k S'_1 podle roviny děliče svazku. S''_1 a S'_2 můžeme považovat za virtuální dvojici zdrojů kulových vln, které interferují v prostoru za interferometrem. Interferenční obrazec je reálný a delokalizovaný a je to typický obrazec kroužků stejného sklonu.

b) Na vstupu do interferometru je plošný zdroj emitující kulové vlny. Žlutá oblast reprezentuje „rozmazaný“ interferenční obrazec. Reálné kroužky stejného sklonu lze pozorovat v ohniskové rovině fokusační optiky, proto interferenční obrazec (bez použití fokuse) označujeme jako virtuální a lokalizovaný v nekonečnu. Vybraný úhel θ_j odpovídá směru, ve kterém nastává interferenční maximum, pro které je $m = m_{MAX} - 3$, a to pro všechny zdroje S_i .

V kulové vlně je „obsaženo“ mnoho komponent, které ve fourierovském rozkladu vystupují jako vlny rovinné. To je podmínkou pro pozorování kroužků stejného sklonu. Situace je zde velmi podobná interferenci na planoparalelní desce, která byla znázorněna na obr. 4.11.

B. Řez kolmo na osu z rovinou pozorování $z_P = \text{konst.}$, interferenční maxima jsou na hyperbolách.

Pro případ řezu rovnoběžně s rotační osou vyberme z rovnocenných možností řez kolmý na osu z dosazením konstantní souřadnici $z = z_P$ do rovnice hyperboloidu

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{z_P^2}{b^2}.$$

Rovnici hyperboly v rovině matrice pro pozorování interferenčního obrazce lze napsat

$$\frac{x^2}{a_P^2} - \frac{y^2}{b_P^2} = 1,$$

$$\frac{x^2 b^2}{a^2(z_P^2 + b^2)} - \frac{y^2 b^2}{b^2(z_P^2 + b^2)} = 1,$$

$$a_P^2 = \frac{a^2(z_P^2 + b^2)}{b^2}, \quad b_P^2 = z_P^2 + b^2.$$

V případě sledování interferenčního obrazce daleko od zdrojů kulových vln a blízko osy z (paraxiální aproximace) jsou čísla řádů m malá (hyperboloidy i asymptotické kužely jsou velmi zploštělé), $a \ll x_0$, $b \cong x_0$, $z_P \gg x_0$, takže

$$a_P = \frac{m\lambda}{2\sqrt{x_0^2 - \frac{m^2\lambda^2}{4}}} \sqrt{z_P^2 + x_0^2 - \frac{m^2\lambda^2}{4}} \cong \frac{m\lambda}{2x_0} z_P,$$

$$b_P \cong z_P.$$

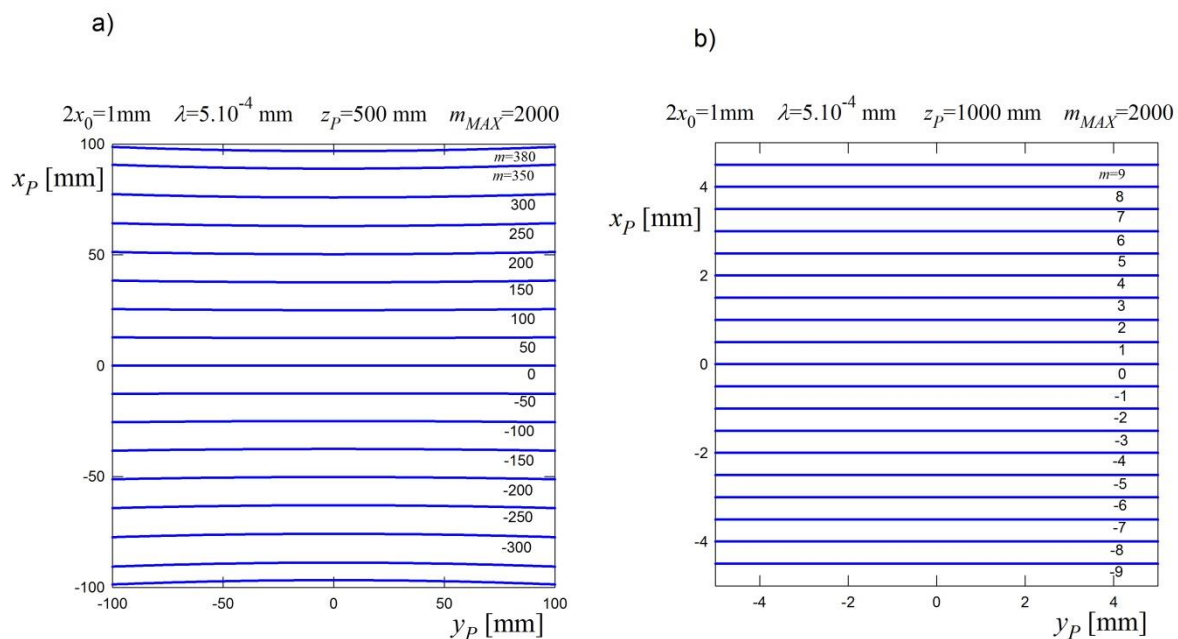
Aproximace rovnice hyperboly pro polohu místa maxim intenzity x_P, y_P, z_P

$$\frac{4x_0^2}{m^2\lambda^2 z_P^2} x_P^2 - \frac{1}{z_P^2} y_P^2 \cong 1$$

a v okolí osy z **pro malá** $y_P \ll z_P$ přejde v lineární závislost poloh interferenčních maxim

$$x_P \cong \frac{m\lambda}{2x_0} z_P.$$

Tato geometrie je zejména používána při předvádění „Youngova experimentu,“ kdy jako (částečně) koherentní kulové vlny jsou používány vlny vznikající při difrakci kvazimonochromatických vln na malých kruhových otvorech. Často bývá použita difrakce na úzkých štěrbinách vytvářející vlny válcové.



Obr. 4.32 a) Model poloh maximálních intenzit v interferenčním obrazci pozorovaném ve vzdálenosti 0,5 m od zdroje dvou kulových vln separovaných o $2x_0 = 1\text{mm}$. Zakreslen je pouze každý 50-tý proužek. Je zřejmé, že v tomto typickém případě pro demonstrace interferenčních jevů jsou odchylky od nezávislosti poloh na y -ové souřadnici velmi malé.

b) Detailní zakreslení několika maxim kolem osy z pro vzdálenost od zdroje 1m.

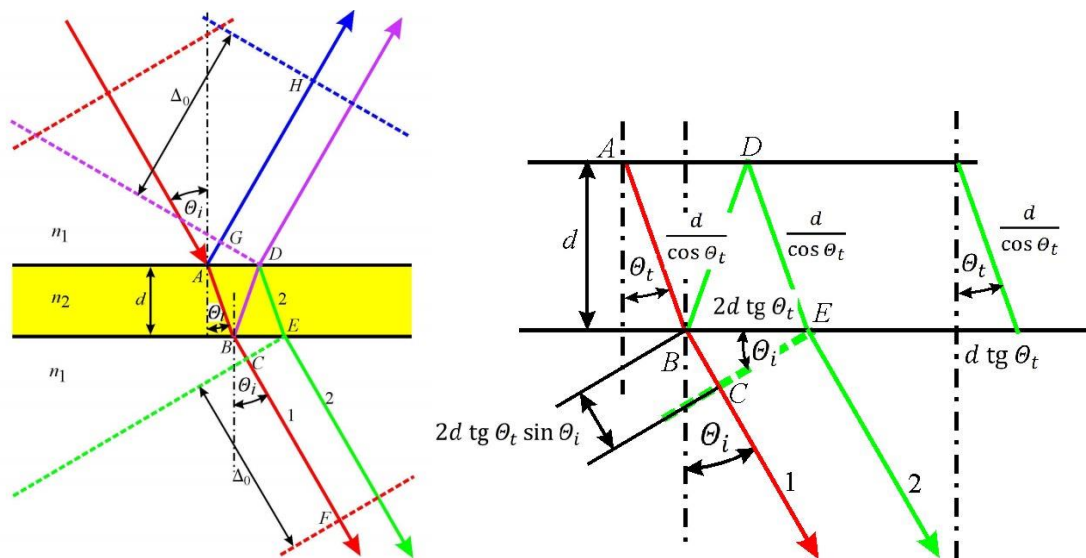
Na první pohled z obrázků řezů ploch maximálních intenzit by se mohla klamně jevit velká podobnost výsledků interference rovinných (obr. 4.13 a 4.25) a interference kulových vln. Jsou zde však zásadní rozdíly:

- Výsledkem interference dvou rovinných vln s nerovnoběžnými vlnovými vektory jsou interferenční maxima ležící v rovinách rovnoběžných s osou úhlu mezi vlnovými vektory. Vzdálenost mezi těmito rovinami je v prostoru konstantní $\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$.
- Výsledkem interference dvou kulových vln jsou interferenční maxima ležící na plochách dvojdílných rotačních hyperboloidů. I v aproximaci vzdáleného místa pozorování ve směru kolmém ke spojnici zdrojů vln závisí vzdálenost intenzitních maxim na této vzdálenosti jako $\Delta x_p \cong \frac{\lambda}{2x_0} z_p$.

Při mnoha realizacích jsou místo vln kulových používány vlny válcové, hlavně z důvodů vyšší intenzity v interferenčním obrazci. Mezi tyto případy patří i spektroskopická mřížka.

Dodatek 4.3 Interference vln $k_1 \parallel k_2$ za planparalelní deskou; aproximace interference dvou vln; paprskový a vlnový popis

Paprskový popis



Obr. 4.33 Paprskový model dvojsvazkové interference rovinné vlny na planparalelní dielektrické desce. Vpravo znázorněny geometrické vzdálenosti pro určení rozdílů optických drah.

Optická dráha pro vlny 1 a 2 z A do B je stejná. Sledujme optické dráhy paprsků procházejících společným bodem B a charakterizujících interferující vlny na průchod od místa rozdělení vlnoplochy v bodě B do roviny CEy . Osu y volíme kolmou na nákres, tj. na rovinu dopadu. Od roviny CEy postupují dále obě vlny se stejnou geometrickou i optickou dráhou. Pro geometrické úseky podle obr. 4.32 platí

$$\overline{AD} = \overline{BE} = 2d \operatorname{tg} \theta_t,$$

$$\overline{BC} = \overline{BE} \sin \theta_i,$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DE} = \frac{d}{\cos \theta_t}.$$

Optická dráha paprsku 1 od bodu B do bodu C je

$$(BC)_{OD} = 2n_1 d \operatorname{tg} \theta_t \sin \theta_i,$$

optická dráha paprsku 2 od bodu B do bodu E je

$$(BDE)_{OD} = n_2 \cdot (\overline{BD} + \overline{DE}) = \frac{2n_2 d}{\cos \theta_t}.$$

Rozdíl optických drah paprsků 1 a 2 než dosáhnou vlnoploch procházejících body C a E je

$$\begin{aligned}
(BDE)_{OD} - (BC)_{OD} &= \frac{2n_2d}{\cos\theta_t} - 2n_1d \operatorname{tg}\theta_t \sin\theta_i = \\
&= \frac{2n_2d}{\cos\theta_t} \left(1 - \frac{n_1 \sin\theta_t \sin\theta_i}{n_2}\right) = \\
&= \frac{2n_2d}{\cos\theta_t} (1 - \sin^2\theta_t) = 2n_2d \cos\theta_t,
\end{aligned}$$

kde jsme při úpravách využili zákon lomu. Odpovídající fázový rozdíl lze psát

$$\delta_{12} = 2\delta_1 = 2 \frac{\omega}{c} n_2 d \cos\theta_t = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos\theta_t = \frac{4\pi}{\lambda_2} d \cos\theta_t$$

Maximum intenzity v prostoru za deskou nastává při splnění podmínky $\delta_{12} = 2m\pi$, minimum v případě $\delta_{12} = (2m + 1)\pi$, kde m je celé číslo. δ_1 je fázový rozdíl pro dráhu od rozhraní 1 k rozhraní 2.

Úplně totéž zapsáno v časové terminologii: vlnoplocha, která se amplitudově vydělila v nějakém okamžiku v přímce Ay a pokračuje do prostředí 1 za desku, dospěje do poloroviny ECy za čas t_1

$$\begin{aligned}
t_1 &= \frac{n_2}{c} \overline{AB} + \frac{n_1}{c} \overline{BC} = \frac{n_2d}{c \cos\theta_t} + \frac{2n_1d}{c} \operatorname{tg}\theta_t \sin\theta_i = \\
&= \frac{n_2d}{c \cos\theta_t} (1 + 2 \sin^2\theta_t),
\end{aligned}$$

zatímco vlnoplocha, která po vydělení v Ay prochází, vrací se do prostředí 2 a odráží se opět do prostředí 2, dospěje do poloroviny ECy za čas t_2

$$t_2 = \frac{3n_2}{c} \overline{AB} = \frac{3n_2d}{c \cos\theta_t}$$

a pak pro fázový rozdíl mezi oběma vlnoplochami v polorovině ECy opět dostaneme

$$\delta_{12}(ECy) = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\omega n_2d}{c \cos\theta_t} (1 - \sin^2\theta_t) = 2 \frac{\omega}{c} n_2 d \cos\theta_t.$$

Vlnový popis

Čistě vlnový popis je možná poněkud méně přehledný, a proto bývá v základních textech standardně preferován popis paprskový. Dopadající vlna v prostředí 1

$$E_i^{(1)}(x, z < 0, t) = E_0 e^{ik_1 x \sin\theta_i} e^{ik_1 z \cos\theta_i} e^{-i\omega t},$$

$$E_{iA}^{(1)}(x, z = 0, t) = E_0 e^{ik_1 x \sin\theta_i} e^{-i\omega t}.$$

Platí zákon lomu

$$k_2 \sin \theta_t = k_1 \sin \theta_i.$$

Vlna, která vstoupila do prostředí 2

$$E_A^{(2)}(x, z = 0, t) = E_0 t_{12} e^{ik_2 x \sin \theta_t} e^{-i\omega t} = E_0 t_{12} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{-i\omega t},$$

$$E_{AB}^{(2)}(x, 0 < z < d, t) = E_0 t_{12} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_2 z \cos \theta_t} e^{-i\omega t},$$

$$E_B^{(2)}(x, z = d, t) = E_0 t_{12} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_2 d \cos \theta_t} e^{-i\omega t}$$

a vlna, která vstupuje do prostředí 1 za deskou, aniž by podstoupila vnitřní odraz

$$E_B^{(1)}(x, z = d, t) = E_0 t_{12} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_2 d \cos \theta_t} e^{-i\omega t},$$

$$E_{BC}^{(1)}(x, d < z, t) = E_0 t_{12} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_2 d \cos \theta_t} e^{ik_1(z-d) \cos \theta_i} e^{-i\omega t}.$$

Vlna, která se odráží od druhého rozhraní zpět do desky a šíří se ve směru záporné osy z, je

$$E_{BD}^{(2)}(x, 0 < z < d, t) = E_0 t_{12} r_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_2 d \cos \theta_t} e^{-ik_2(z-d) \cos \theta_t} e^{-i\omega t},$$

$$\begin{aligned} E_D^{(2)}(x, z = 0, t) &= E_0 t_{12} r_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_2 d \cos \theta_t} e^{ik_2 d \cos \theta_t} e^{-i\omega t} = \\ &= E_0 t_{12} r_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{2ik_2 d \cos \theta_t} e^{-i\omega t}. \end{aligned}$$

Vlna odražená od prvního rozhraní zpět do desky

$$E_{DE}^{(2)}(x, 0 < z < d, t) = E_0 t_{12} r_{21} r_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{2ik_2 d \cos \theta_t} e^{ik_2 z \cos \theta_t} e^{-i\omega t},$$

$$E_E^{(2)}(x, z = d, t) = E_0 t_{12} r_{21} r_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{3ik_2 d \cos \theta_t} e^{-i\omega t}.$$

Porovnejme vlnu pronikající do prostředí 1 za deskou po dvou vnitřních odrazech (tři průchody tloušťkou desky) a porovnejme s vlnou bez vnitřních odrazů v desce

$$E_E^{(1)}(x, z = d, t) = E_0 t_{12} r_{21} r_{21} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{3ik_2 d \cos \theta_t} e^{-i\omega t},$$

$$E_E^{(1)}(x, z > d, t) = E_0 t_{12} r_{21} r_{21} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{3ik_2 d \cos \theta_t} e^{ik_2(z-d) \cos \theta_t} e^{-i\omega t},$$

$$E_{BC}^{(1)}(x, z > d, t) = E_0 t_{12} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_2 d \cos \theta_t} e^{ik_1(z-d) \cos \theta_i} e^{-i\omega t}$$

Pro jejich poměr dostaneme

$$\frac{E_E^{(1)}(x, z > d, t)}{E_{BC}^{(1)}(x, z > d, t)} = r_{21}^2 e^{2ik_2 d \cos \theta_t},$$

což je v souhlasu s dříve uvedeným fázovým posuvem $\delta_{12} = 2k_2 d \cos \theta_t$.

Hustota elektrické energie za planparalelní deskou

V následujících vztazích označují t_{12} , t_{21} , r_{21} , r_{12} Fresnelovy amplitudové koeficienty průchodu a odrazu na rozhraní (a nikterak nesouvisejí s časem či polohou). Složme 2 vlny za deskou

$$\begin{aligned}
 E_1(x, z > d, t) &= E_0 t_{12} e^{ik_2 d \cos \theta_t} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_1(z-d) \cos \theta_i} e^{-i\omega t}, \\
 E_2(x, z > d, t) &= \\
 &= E_0 t_{12} e^{ik_2 d \cos \theta_t} r_{21} e^{ik_2 d \cos \theta_t} r_{21} e^{ik_2 d \cos \theta_t} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{ik_1(z-d) \cos \theta_i} e^{-i\omega t} \\
 &= \\
 &= E_1(x, z > d, t) r_{21} e^{ik_2 d \cos \theta_t} r_{21} e^{ik_2 d \cos \theta_t}, \\
 E_1(x, z > d, t) + E_2(x, z > d, t) &= E_1(1 + r_{21} e^{ik_2 d \cos \theta_t} r_{21} e^{ik_2 d \cos \theta_t}) = \\
 &= E_1(1 + r_{21}^2 e^{2ik_2 d \cos \theta_t}).
 \end{aligned}$$

Hustota elektrické energie je úměrná $E \cdot E^*$

$$\begin{aligned}
 (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* &= E_1 E_1^* (1 + r_{21}^2 e^{2ik_2 d \cos \theta_t})(1 + r_{21}^2 e^{-2ik_2 d \cos \theta_t}) = \\
 &= E_0^2 t_{12}^2 t_{21}^2 [1 + r_{21}^2 (e^{2ik_2 d \cos \theta_t} + e^{-2ik_2 d \cos \theta_t}) + r_{21}^4] = \\
 &= E_0^2 (1 - r^2)^2 \left[1 + 2r^2 \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos \theta_t\right) + r^4 \right],
 \end{aligned}$$

protože $r_{21}^2 = r_{12}^2 = r^2$ a $t_{12} t_{21} = 1 - r^2$ (Stokesovy vztahy). Střední hodnota hustoty elektrické energie prošlé vlny v aproximaci započtení pouze 2 příspěvků

$$\langle w_E \rangle_T(z > d) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 n_1^2 = E_0^2 (1 - r^2)^2 \left[1 + 2r^2 \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos \theta_t\right) + r^4 \right]$$

nezávisí na poloze.

Hustota elektrické energie v odražené vlně

Budeme uvažovat pouze odraženou vlnu a nikoli její interferenci s vlnou dopadající

$$\begin{aligned}
 E_{1r}(x, z < 0, t) &= E_0 r_{12} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{-ik_1 z \cos \theta_i} e^{-i\omega t}, \\
 E_{2r}(x, z < 0, t) &= \\
 &= E_0 t_{12} e^{ik_2 d \cos \theta_t} r_{21} e^{ik_2 d \cos \theta_t} t_{21} e^{ik_1 x \sin \theta_i} e^{-ik_1 z \cos \theta_i} e^{-i\omega t} = \\
 &= -E_{1r}(x, z < 0, t) t_{12} t_{21} e^{2ik_2 d \cos \theta_t}, \\
 E_{1r}(x, z < 0, t) + E_{2r}(x, z < 0, t) &= E_1 [1 - (1 - r^2) e^{2ik_2 d \cos \theta_t}],
 \end{aligned}$$

protože $r_{21} = -r_{12}$. Pro hustotu elektrické energie

$$\begin{aligned}
& (E_{1r} + E_{2r})(E_{1r} + E_{2r})^* = \\
& = E_{1r}E_{1r}^*(1 - t_{12} t_{21} e^{2ik_2 d \cos \theta_t})(1 + t_{12} t_{21} e^{-2ik_2 d \cos \theta_t}) = \\
& = E_0^2 r^2 \left[1 - 2(1 - r^2) \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos \theta_t \right) + (1 - r^2)^2 \right].
\end{aligned}$$

Dodatek 4.4 Interference dvou vln s nekolineárními vektory k – hustota elektrické energie a Poyntingův vektor

Doplňme naši diskuzi o interferenci 2 vln s nekolineárními vlnovými vektory a kolineárními vektory elektrické intenzity. Pro zjednodušení výrazů budeme předpokládat stejné amplitudy $E_{01} = E_{02} = E_0$ a stejnou fázi v počátku $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$. Připomeňme $\mathbf{k}_1 = \frac{\omega}{c} n(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta)$ a $\mathbf{k}_2 = \frac{\omega}{c} n(-\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta)$. Součet elektrických polí

$$\begin{aligned}
E_{1y}(x, y, z, t) + E_{2y}(x, y, z, t) & = E_0 (e^{ik_x x} e^{ik_z z} e^{-i\omega t} + e^{-ik_x x} e^{ik_z z} e^{-i\omega t}) = \\
& = 2E_0 \cos k_x x e^{ik_z z} e^{-i\omega t},
\end{aligned}$$

což je nehomogenní rovinná vlna s modulovanou amplitudou $2E_0 \cos k_x x$, jejíž šíření popisuje vlnový vektor $\mathbf{k}_{12} = (0, 0, \frac{\omega}{c} n \cos \vartheta)$. Odpovídající fázová rychlost je $\frac{c}{n \cos \vartheta} > \frac{c}{n}$, tedy vyšší než fázové rychlosti skládaných vln. Ve vakuu je vyšší než c . Prostorové periodicity jsou ve směru osy x $\Lambda_x = \frac{\lambda}{\sin \vartheta}$, ve směru osy y $\Lambda_y \rightarrow \infty$ a ve směru osy z v jednom časovém okamžiku $\Lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \vartheta}$; λ je vlnová délka složek v daném prostředí o indexu lomu n . Jak již dříve odvozeno, je střední hustota elektrické energie

$$\begin{aligned}
\langle u_E \rangle_T(x, y, z) & = \frac{1}{2} \varepsilon_0 n^2 \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) = \\
& = \varepsilon_0 n^2 E_0^2 \cos^2(k_x x) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 n^2 E_0^2 [1 + \cos(2k_x x)]
\end{aligned}$$

Vzdálenost maximálních hustot elektrické energie ve směru osy x je $\frac{\lambda}{2 \sin \vartheta} = \frac{\Lambda_x}{2}$.

Přejdeme k poli magnetickému, které má nenulové složky x a z

$$\begin{aligned}
H_{1x}(x, y, z, t) + H_{2x}(x, y, z, t) & = \\
& = \frac{-n}{\mu_0 c} E_0 \cos \vartheta (e^{ik_x x} e^{ik_z z} e^{-i\omega t} + e^{-ik_x x} e^{ik_z z} e^{-i\omega t}) = \\
& = \frac{-2n}{\mu_0 c} E_0 \cos \vartheta \cos k_x x e^{ik_z z} e^{-i\omega t},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{1z}(x, y, z, t) + H_{2z}(x, y, z, t) & = \\
& = \frac{n}{\mu_0 c} E_0 \sin \vartheta (e^{ik_x x} e^{ik_z z} e^{-i\omega t} - e^{-ik_x x} e^{ik_z z} e^{-i\omega t}) =
\end{aligned}$$

$$= \frac{2in}{\mu_0 c} E_0 \sin \vartheta \sin k_x x e^{ik_z z} e^{-i\omega t},$$

přičemž složku H_x můžeme označit jako složku příčnou vzhledem k celkovému vlnovému vektoru $\mathbf{k}_{12} = (0, 0, \frac{\omega}{c} n \cos \vartheta)$. Tato složka kmitá ve fázi (protifázi) s elektrickým polem vlny. Naproti tomu složka H_z je vzhledem k vlnovému vektoru podélná a kmitá fázově posunutá o $\pi/2$, což ukazuje faktor i v koeficientu $\frac{2in}{\mu_0 c}$. Střední hustota magnetické energie

$$\begin{aligned} \langle u_B \rangle_T(x, y, z) &= \frac{1}{2} \mu_0 \frac{1}{2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*) = \frac{1}{4} \mu_0 (H_x H_x^* + H_z H_z^*) = \\ &= \frac{n^2}{\mu_0 c^2} E_0^2 (\cos^2 \vartheta \cos^2 k_x x + \sin^2 \vartheta \sin^2 k_x x) = \\ &= \frac{n^2}{\mu_0 c^2} E_0^2 \frac{1}{2} [\cos^2 k_x x (1 - \sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta) + \sin^2 k_x x (1 - \cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta)] \\ &= \frac{n^2}{2\mu_0 c^2} E_0^2 (\cos^2 k_x x - \cos^2 k_x x \sin^2 \vartheta + \cos^2 k_x x \cos^2 \vartheta + \\ &\quad + \sin^2 k_x x - \sin^2 k_x x \cos^2 \vartheta + \sin^2 k_x x \sin^2 \vartheta) = \\ &= \frac{n^2}{2\mu_0 c^2} E_0^2 [1 + \cos^2 k_x x (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta) - \sin^2 k_x x (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta)] = \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 n^2 E_0^2 [1 + (\cos^2 k_x x - \sin^2 k_x x) \cos(2\vartheta)] = \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 n^2 E_0^2 [1 + \cos(2k_x x) \cos(2\vartheta)] \end{aligned}$$

Střední hodnoty složek Poyntingova vektoru

$$\begin{aligned} \langle S_x \rangle_T(x, y, z) &= \frac{1}{4} (E_y H_z^* + E_y^* H_z - E_z H_y^* - E_z^* H_y) = \\ &= \frac{1}{4} \left(2E_0 \cos k_x x e^{ik_z z} e^{-i\omega t} \frac{-2in}{\mu_0 c} E_0 \sin \vartheta \sin k_x x e^{-ik_z z} e^{i\omega t} + \right. \\ &\quad \left. + 2E_0 \cos k_x x e^{-ik_z z} e^{+i\omega t} \frac{2in}{\mu_0 c} E_0 \sin \vartheta \sin k_x x e^{ik_z z} e^{-i\omega t} \right) = \\ &= \frac{-in}{\mu_0 c} E_0^2 \cos k_x x \sin k_x x \sin \vartheta + \frac{in}{\mu_0 c} E_0^2 \cos k_x x \sin k_x x \sin \vartheta = 0 \end{aligned}$$

$$\langle S_y \rangle_T(x, y, z) = \frac{1}{4} (E_z H_x^* + E_z^* H_x - E_x H_z^* - E_x^* H_z) = 0$$

$$\begin{aligned} \langle S_z \rangle_T(x, y, z) &= \frac{1}{4} (E_x H_y^* + E_x^* H_y - E_y H_x^* - E_y^* H_x) = -\frac{1}{4} (E_y H_x^* + E_y^* H_x) = \\ &= -\frac{1}{4} \left(2E_0 \cos k_x x e^{ik_z z} e^{-i\omega t} \frac{-2n}{\mu_0 c} E_0 \cos \vartheta \cos k_x x e^{-ik_z z} e^{i\omega t} - \right. \\ &\quad \left. - 2E_0 \cos k_x x e^{-ik_z z} e^{+i\omega t} \frac{2n}{\mu_0 c} E_0 \cos \vartheta \cos k_x x e^{ik_z z} e^{-i\omega t} \right) = \end{aligned}$$

$$= 2E_0^2 \frac{n}{\mu_0 c} \cos \vartheta \cos^2 k_x x = \varepsilon_0 c n E_0^2 \cos \vartheta (1 + \cos 2k_x x)$$

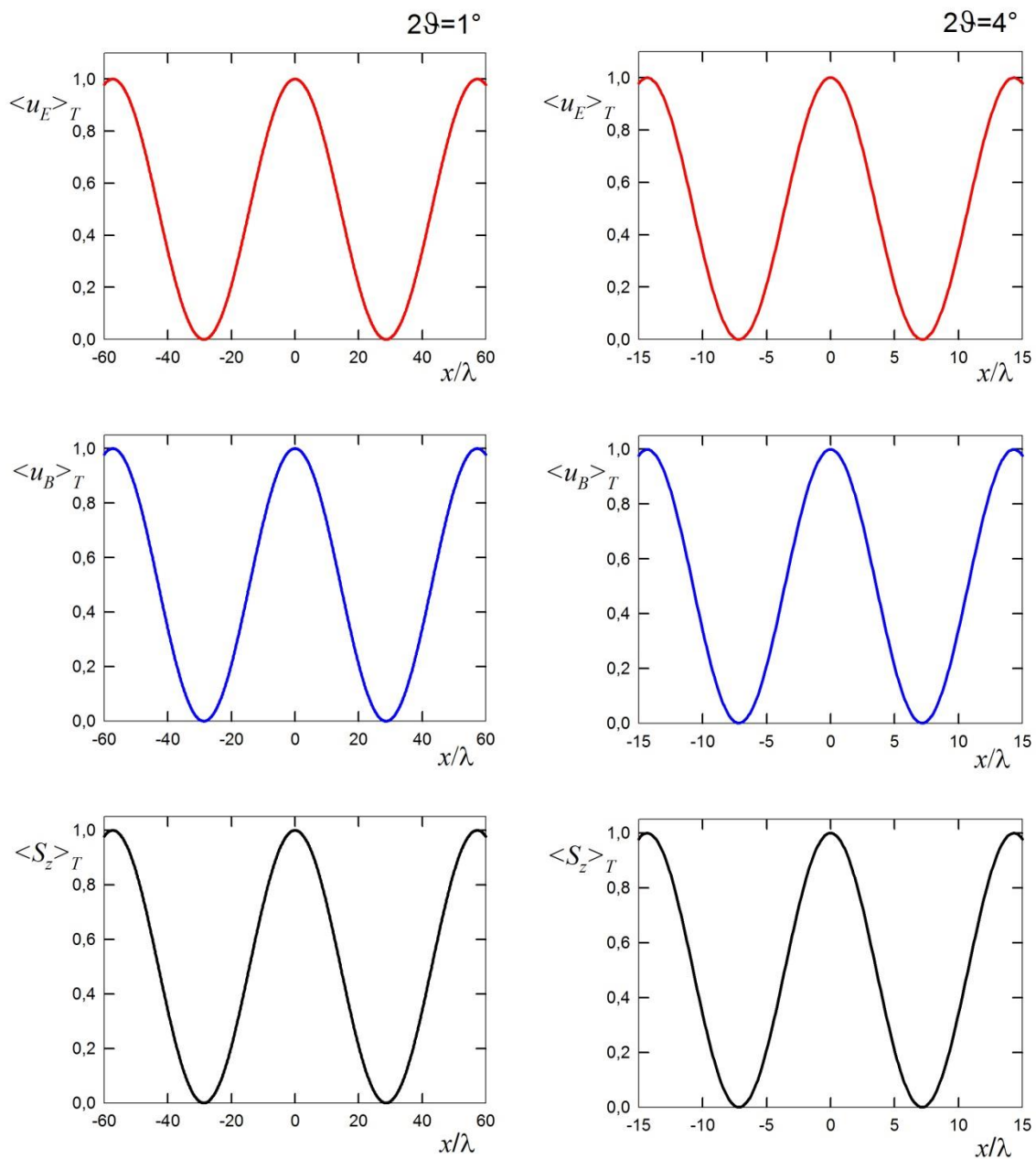
Výkon teče v pružích ve směru osy z . Maxima toku sousedních pruhů jsou vzdálena ve směru osy x o $\frac{\lambda}{2 \sin \vartheta}$. Ve směru osy x tok výkonu kmitá, ale jeho střední hodnota je nulová, což souvisí s fázovým posuvem o $\pi/2$ mezi příčnou složkou vlny E_y a longitudinální komponentou pole H_z .

Obr. 4.34 ukazuje průběhy $\langle u_E \rangle_T$, $\langle u_B \rangle_T$ a $\langle S_z \rangle_T$ pro malé úhly ϑ . V tomto oboru ϑ se velikost modulace intenzity se příliš nemění, ale silně proměnná je vzdálenost maxim intenzity. V tomto případě je $\cos \vartheta \sim \cos 2\vartheta \sim 1$ a ve směru x oscilují všechny veličiny téměř stejně, když se střídají pruhy velké a malé hustoty obou složek energie elektromagnetické vlny, jež se šíří ve směru z .

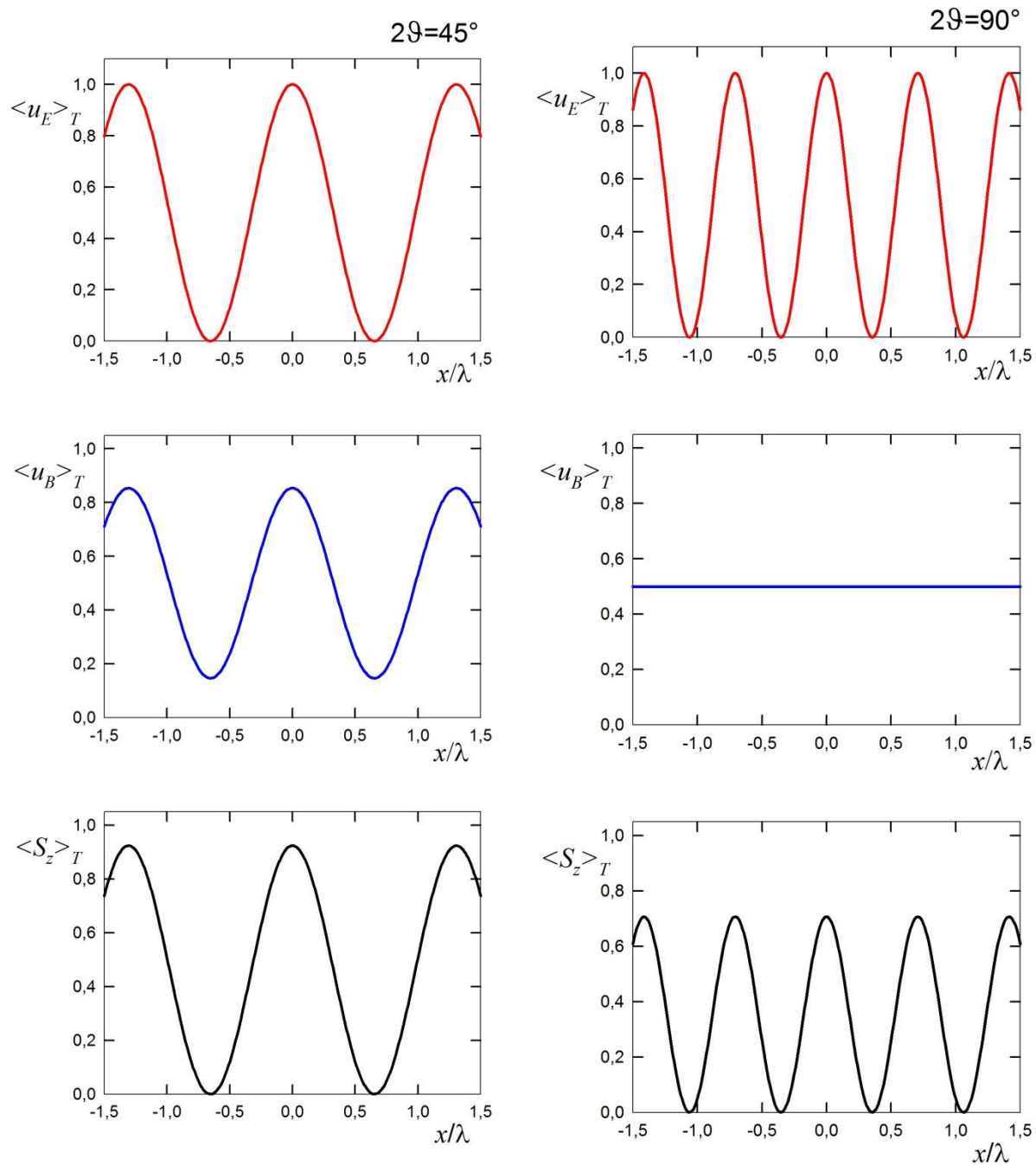
Obr. 4.35 ukazuje průběhy veličin pro případ $2\vartheta = 45^\circ$. Průběh hustot diskutovaných veličin je podobný jako v předchozím případě, ale v důsledku většího úhlu ϑ osciluje hustota magnetické energie a Poyntingova vektoru s menší amplitudou než hustota elektrické energie. Na obr. 4.35 je též případ, kdy jsou vlnové vektory interferujících vln navzájem kolmé. Zde je hustota magnetické energie v celém prostoru konstantní, zatímco hustota elektrické energie i Poyntingova vektoru ve směru kolmém na rovinu osy vlnových vektorů interferujících vln oscilují jako v předchozích případech.

Při dalším zvětšování úhlu 2ϑ dojde ke vzájemnému posunu maxim hustot elektrické a magnetické energie. Maxima hustoty magnetické energie se nacházejí v minimech hustoty energie elektrické. Vzhledem k tomu, že amplituda oscilace hustoty elektrické energie je větší než amplituda hustoty magnetické energie, jsou maxima Poyntingova vektoru v místech maxim hustoty elektrické energie.

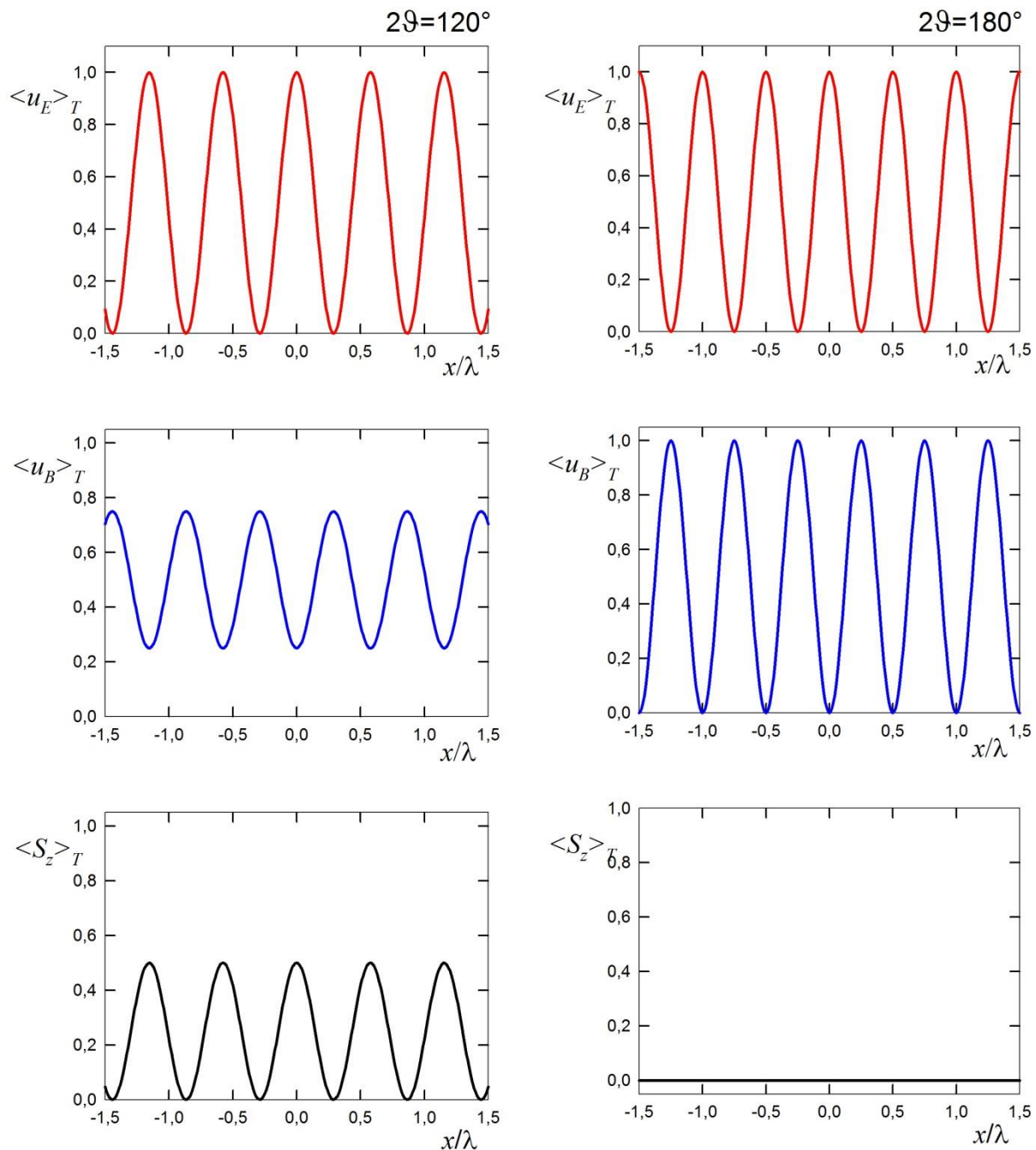
Zajímavá situace nastává pro případ $2\vartheta = 180^\circ = \pi$. V tomto případě postupují obě vlny proti sobě. Při jejich interferenci vzniká **stojaté vlnění**. Na obr. 4.36 je patrné, že hustoty elektrické a magnetické energie oscilují ve směru x v protifázi se stejnou relativní amplitudou. V důsledku toho je střední hodnota Poyntingova vektoru nulová a celkový výkon vlny se nikam nešíří.



Obr. 4.34 Průběh hustoty elektrické energie, magnetické energie a Poyntingova vektoru pro úhel $2\vartheta = 1^\circ$ a $2\vartheta = 4^\circ$



Obr. 4. 35 Průběh hustoty elektrické energie, magnetické energie a Poyntingova vektoru pro $2\vartheta = 45^\circ$ a $2\vartheta = 90^\circ$



Obr. 4. 36 Průběh hustoty elektrické energie, magnetické energie a Poyntingova vektoru pro a) $2\vartheta = 120^\circ$ a $\delta_0 = 0$ a b) $2\vartheta = 180^\circ$ a $\delta_0 = 0$

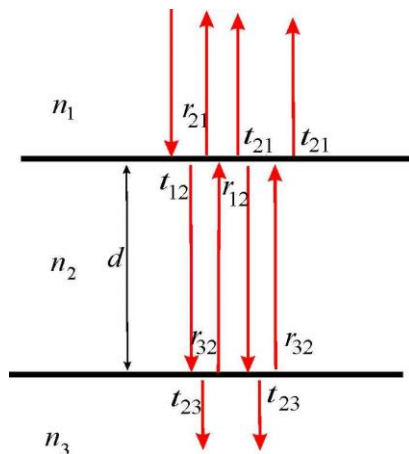
Dodatek 4.5 Antireflexní vrstva

Využití interferenčních jevů v optice je velmi bohaté. V běžné laboratorní praxi se setkáváme s nejrůznějšími typy spektrálních interferenčních filtrů. Optické zobrazovací prvky na průchod jsou pokryty antireflexními vrstvami, a naopak zrcadla pro laserovou techniku jsou vytvářena systémy tenkých dielektrických vrstev s vysokou odrazivostí. Děliče svazku užívané nejen

v interferometrech jsou též zhotovovány jako dielektrické vícenásobné vrstvy. O tenkých optických vrstvách se lze blíže dovědět ve skriptech

http://fyzika.upol.cz/system/files/slo/rcptm/texty/Krepelka-Tenke_vrstvy.pdf

Zde se omezíme na požadavky na jednoduchou antireflexní vrstvu



Obr. 4.37 Antireflexní vrstva pro kolmý dopad $d = \lambda/4$, $n_1 < n_2 < n_3$

a) zjednodušená dvouvlňová úvaha

Za nejsilnější příspěvky k odraženému poli vezmeme první dvě odražené komponenty, které se musí setkat v prostředí 1 v protifázi

$$2n_2 d \frac{\omega}{c} = (2m + 1)\pi,$$

$$\frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d = (2m + 1)\pi$$

a pro $m = 0$ dostáváme „čtvrtvlnovou“ vrstvu

$$d = \frac{\lambda_0}{4n_2} = \frac{\lambda_2}{4}.$$

b) součet nekonečné řady

Tak jak jsme postupovali v případě symetrické vrstvy n_1, n_2, n_1 , můžeme i zde sestavit geometrickou řadu, kdy pro amplitudový koeficient odrazu do prostředí 1 dostaneme

$$\begin{aligned} r = & r_{21} + t_{12} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{32} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} t_{21} + \\ & + t_{12} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{32} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{12} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{32} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} t_{21} + \\ & + t_{12} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{32} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{12} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{32} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{12} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{32} e^{i n_2 \frac{\omega d}{c}} t_{21} + \dots \end{aligned}$$

$$= r_{21} + t_{12} e^{2i n_2 \frac{\omega d}{c}} r_{32} t_{21} \frac{1}{1 - r_{12} r_{32} e^{2i n_2 \frac{\omega d}{c}}}$$

kde r_{21} je amplitudový koeficient odrazu na rozhraní, kdy se vlna vrací po odrazu na prostředí 2 do prostředí 1, t_{12} je amplitudový koeficient transmise z prostředí 1 do prostředí 2 atd.

$$r_{21} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \quad r_{12} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2}, \quad t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}, \quad t_{21} = \frac{2n_2}{n_1 + n_2}$$

$$r_{32} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}$$

Chceme malinký (nulový) koeficient odrazu r , proto (stejně jako v a)) zkusme $e^{2i n_2 \frac{\omega d}{c}} = -1$

$$e^{2i n_2 \frac{\omega d}{c}} = -1, \quad \cos\left(2n_2 \frac{\omega d}{c}\right) = -1,$$

$$\frac{4\pi}{\lambda} d = \pi, \quad d = \frac{\lambda}{4}.$$

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} - \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \frac{2n_2}{n_1 + n_2} \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \frac{1}{1 + \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}} =$$

$$= \frac{1}{n_1 + n_2} \left\{ n_1 - n_2 - \frac{4n_1 n_2 (n_2 - n_3) (n_1 + n_2) (n_2 + n_3)}{(n_1 + n_2)(n_2 + n_3)[(n_1 + n_2)(n_2 + n_3) + (n_2 - n_1)(n_2 - n_3)]} \right\} = 0$$

$$n_1 - n_2 - \frac{4n_1 n_2 (n_2 - n_3)}{n_1 n_2 + n_2^2 + n_1 n_3 + n_2 n_3 + n_2^2 - n_1 n_2 - n_2 n_3 + n_1 n_3} = 0,$$

$$n_1 - n_2 - \frac{2n_1 n_2 (n_2 - n_3)}{n_2^2 + n_1 n_3} = 0,$$

$$n_1 n_2^2 + n_1^2 n_3 - n_2^3 - n_1 n_2 n_3 - 2n_1 n_2^2 + 2n_1 n_2 n_3 = 0,$$

$$n_1 n_3 (n_1 + n_2) - n_2^2 (n_1 + n_2) = 0,$$

$$n_2^2 - n_1 n_3 = 0,$$

$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$$

Mnohdy však není k dosažení materiál, který by měl index lomu rovný geometrickému průměru indexů lomu. Pak je potřeba přistoupit ke složitějším vícevrstevnatým strukturám.

U složitějších struktur planparalelních vrstev je uvedený postup sčítání velikého množství vln velmi těžkopádný a místo toho se užívá maticového formalismu, kde základní roli hraje splnění hraničních podmínek pro E a H na jednotlivých rozhraních, viz dříve citovaný text.

Dodatek 4.6 Fabryův Pérotův interferometr ve spektroskopii

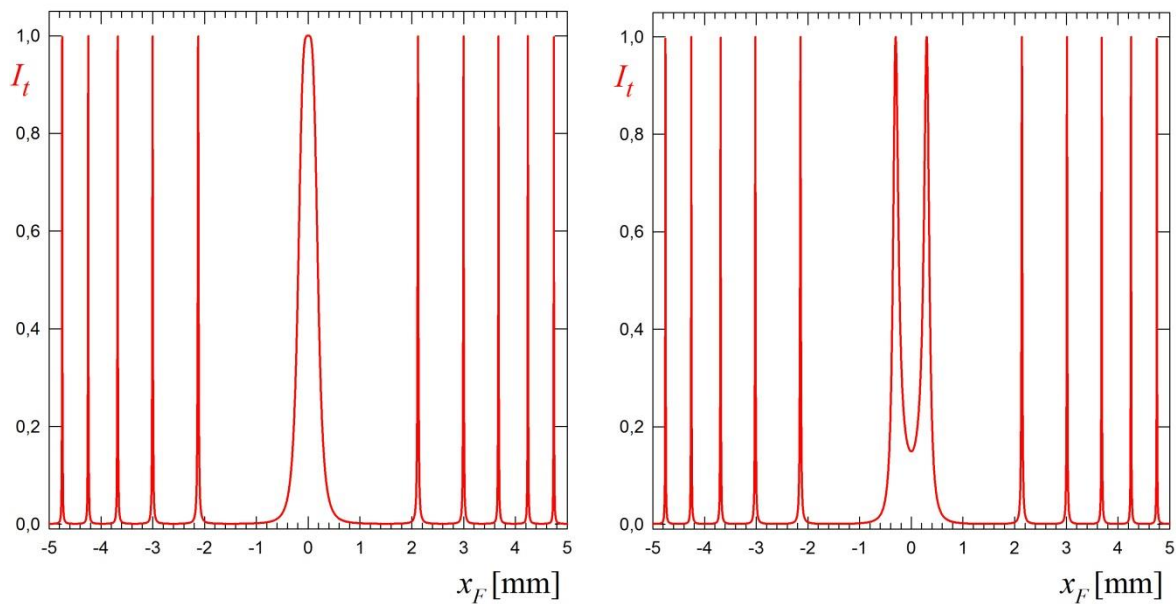
Fabryův–Pérotův interferometr má z hlediska spektroskopie dosti omezené použití. Při vhodném nastavení je schopen rozlišit štěpení spektrálně úzkých čar, případně lze použít k vyšetřování jejich spektrální šířky. Není vhodný pro běžnou spektrální analýzu záření o větší spektrální šířce. Spektrální oblast, ve které je zařízení schopné jednoznačně určovat parametry (např. vlnovou délku), je označována jako **volný spektrální obor**, který v případě Fabryova–Pérotova interferometru je poměrně úzký a je určen rozměrem a indexem lomu centrální oblasti interferometru. Spektrální rozlišení je určeno dodržáním planparalelnosti rozhraní a koeficientem odrazu r . Vysoká hodnota odrazu je spojena s komplexními koeficienty odrazu i průchodu rozhraními. S tím souvisí i modifikace fázových posuvů v porovnání s obdobným případem, kdy jsou koeficienty odrazu a průchodu rozhraními určeny reálnými Fresnelovými koeficienty a fázový posuv při dvojitým průchodem vnitřním prostorem interferometru tloušťky d a indexu lomu n_2 je $\delta = 4\pi \frac{d}{\lambda} n_2 \cos \theta_t$. Pro vysoká $|r|$ je dvojitý průchod vnitřním prostorem interferometru spojen s fázovým posuvem

$$\Phi = \delta + 4\varphi_t - 2\varphi_r.$$

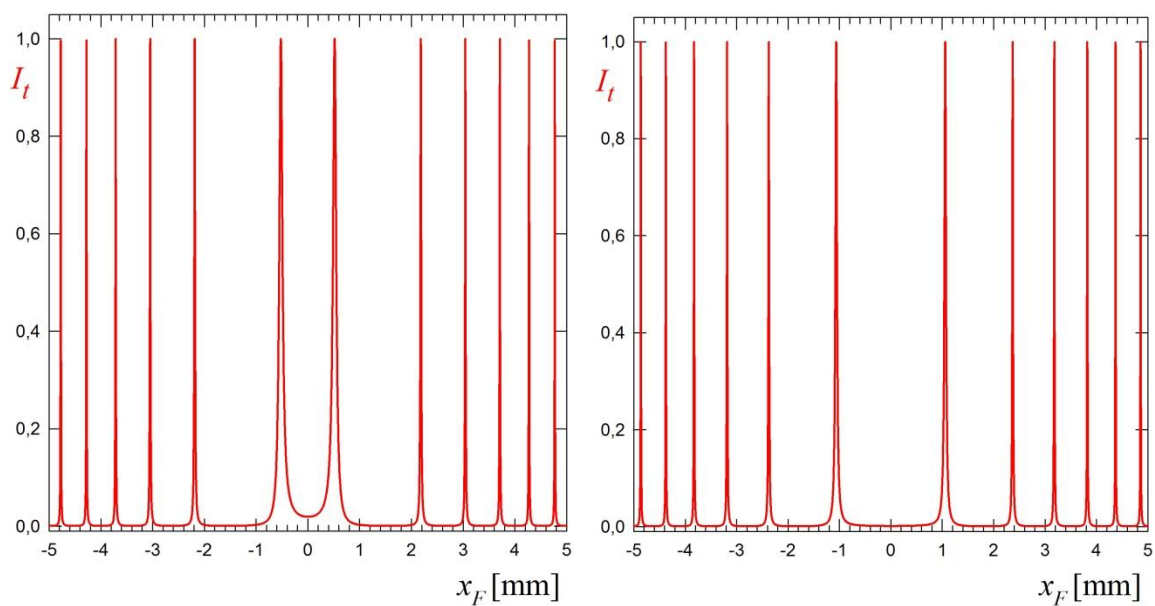
V níže uvedených obrázcích je znázorněn vývoj interferenčního obrazce kroužků stejného sklonu s růstem poměru

$$\frac{d_{eff}}{\lambda} = \frac{\Phi}{4\pi \cos \theta_t}.$$

$d_{eff}/\lambda=20\,000,000; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$ $d_{eff}/\lambda=20\,000,010; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$



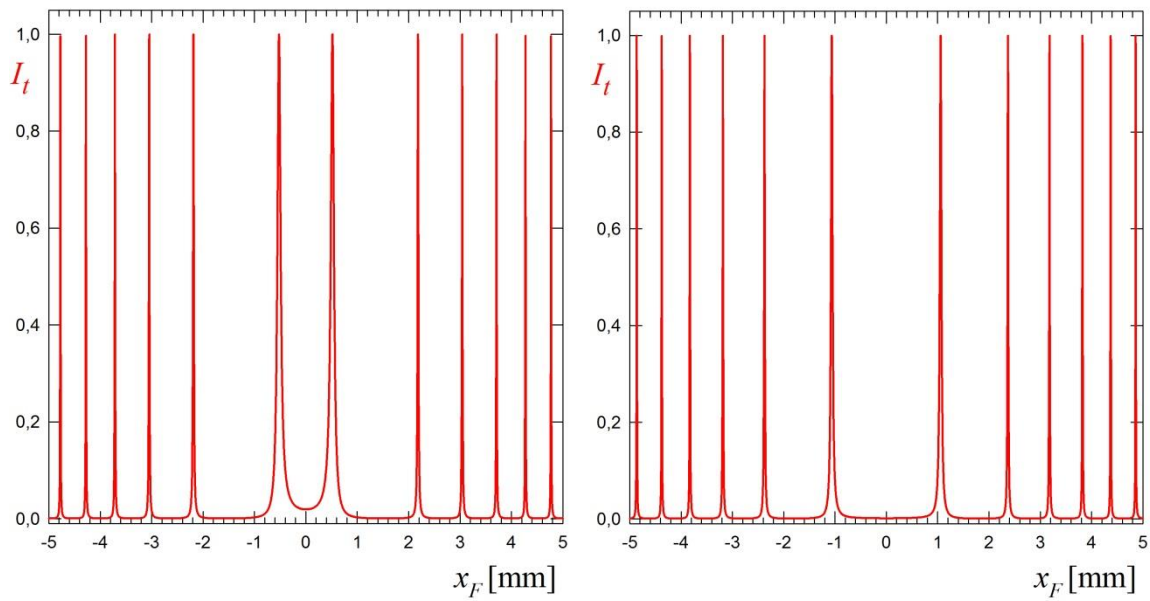
$d_{eff}/\lambda=20\,000,03; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$ $d_{eff}/\lambda=20\,000,125; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$



Obr. 4.38 a) Úzké světlé kroužky stejného sklonu pro intenzitu na průchod a temné úzké kroužky stejného sklonu na odraz ve Fabryově–Pérotově interferometru. Na horní dvojici je znázorněn interferenční obrazec při přesném splnění podmínky $2d_{eff}/\lambda = m$, kde m je celé číslo. Uvedený poměr je splněn např. pro $\lambda = 500 \text{ nm}$ a $d_{eff} = 1 \text{ cm}$.

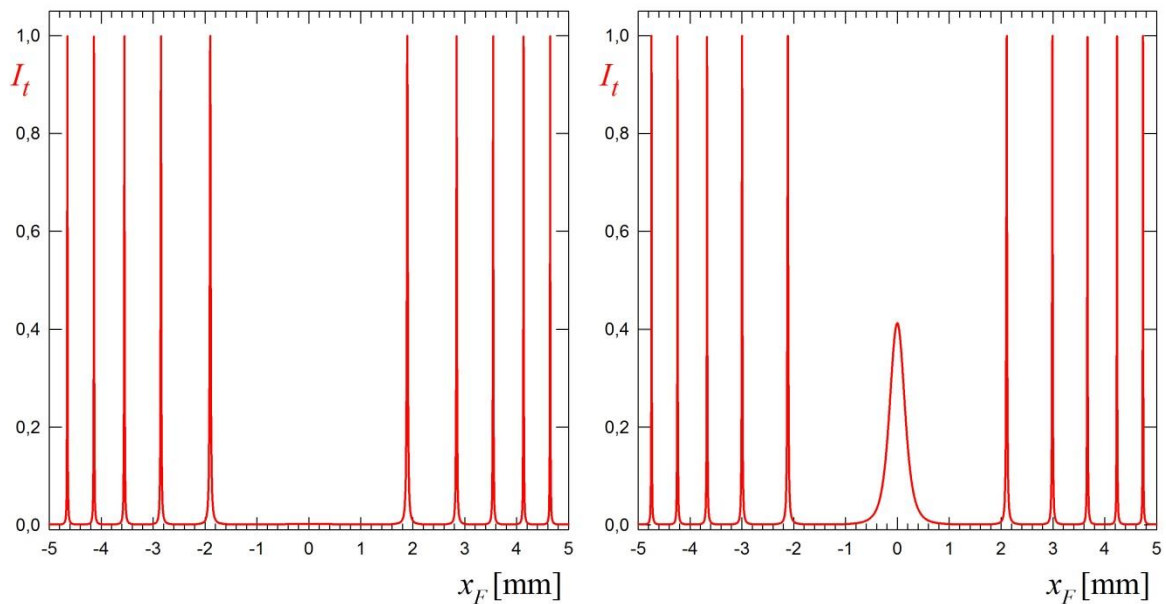
b) Při malém vzrůstu poměru d_{eff}/λ dochází k rozštěpení centrálního maxima a mírnému posuvu kroužků stejného sklonu

$d_{eff}/\lambda=20\,000,03; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$ $d_{eff}/\lambda=20\,000,125; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$

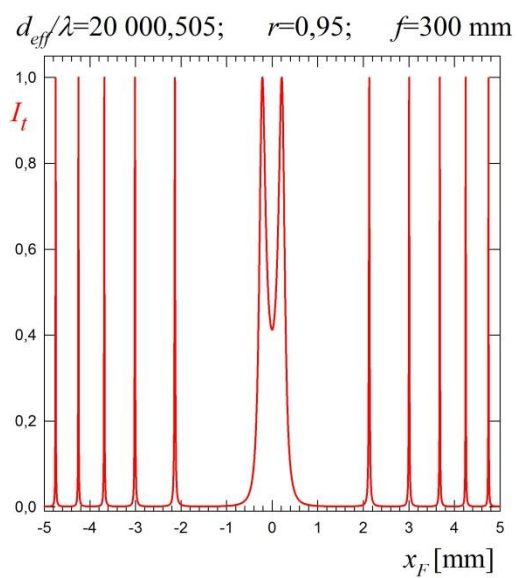
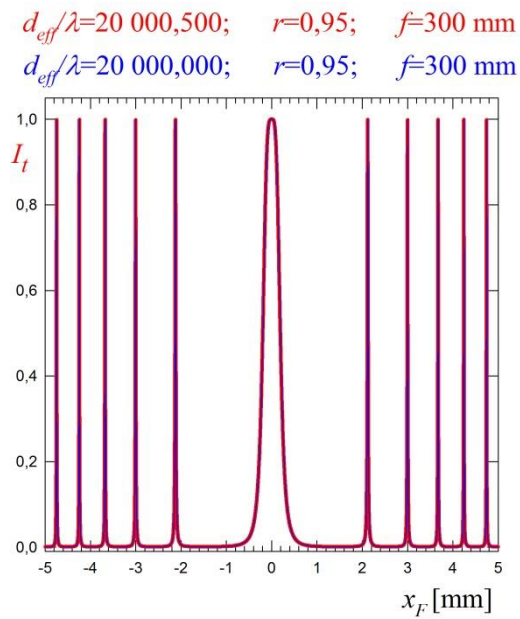


Obr 4.38 c), d) S dalším zvětšováním poměru d_{eff}/λ dochází ke zvětšování poloměrů kroužků stejného sklonu a střed interferenčního obrazce zůstává temný.

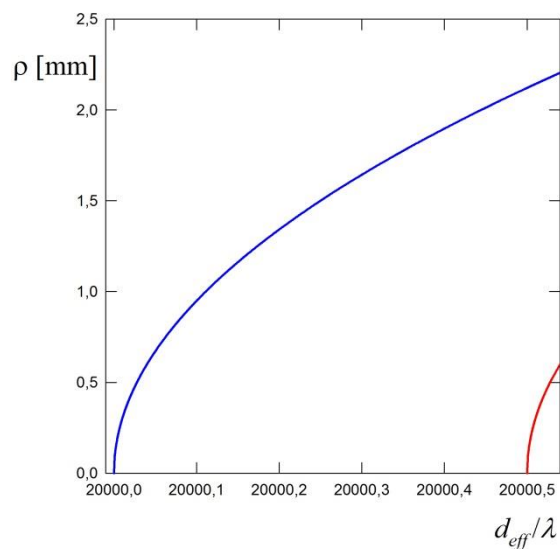
$d_{eff}/\lambda=20\,000,400; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$ $d_{eff}/\lambda=20\,000,495; \quad r=0,95; \quad f=300 \text{ mm}$



Obr 4.38 e) Další zvětšování poměru d_{eff}/λ vede k mírnému zvětšování kroužků stejného sklonu. f) S přibližováním poměru d_{eff}/λ k podmínce $2d_{eff}/\lambda = m + 1$ se střed interferenčního obrazce postupně zesvětluje tak, jak vzniká další řád interferenčního maxima.

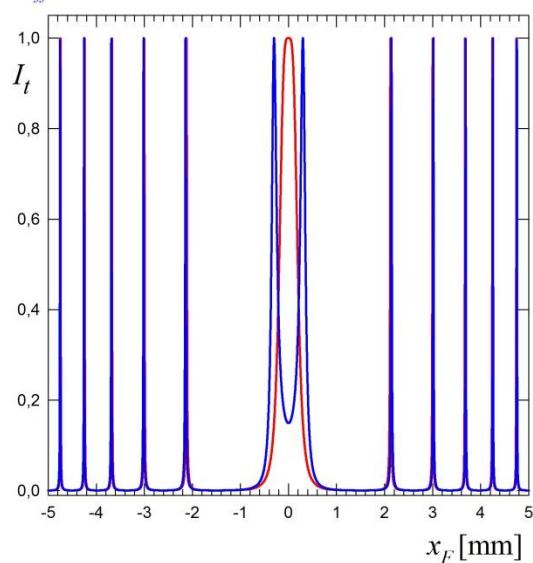


Obr. 4.38 g) Kroužky stejného sklonu pocházející od $2d_{eff}/\lambda = m + 1$ a $2d_{eff}/\lambda = m$ nelze prakticky rozlišit. h) S dalším růstem poměru d_{eff}/λ se vývoj systému kroužků stejného sklonu opakuje.



Obr. 4.39 Poloměr centrálního kroužku stejného sklonu v závislosti na d_{eff}/λ .

$d_{eff}/\lambda=20\,000,000$; $r=0,95$; $f=300\text{ mm}$
 $d_{eff}/\lambda=20\,000,010$; $r=0,95$; $f=300\text{ mm}$



Obr. 4.40 Naznačení spektrální rozlišovací schopnosti Fabryova–Pérotova interferometru. Nutnou podmínkou je „téměř monochromaticnost“ vstupujících vln, přesněji: spektrální šířka vstupujících vln musí být podstatně užší než odpovídající šířka přístrojové funkce interferometru, která je při dokonalé geometrii určena hlavně koeficientem odrazu r .